

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ХАЛАНЧУК Лариса Вікторівна

УДК: 519.6:517.9

ДИСЕРТАЦІЯ
СТРУКТУРОВАНІ ДИСКРЕТНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗКУ КРАЙОВИХ
ЗАДАЧ

Спеціальність: 113 Прикладна математика

Галузь знань: 11 Математика та статистика

Подається на здобуття науково ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне
джерело _____ Л.В. Халанчук

Науковий керівник: Чопоров Сергій Вікторович, доктор технічних наук,
доцент

Запоріжжя - 2021

© 2021 Халанчук Лариса Вікторівна. Усі права захищені.

Розповсюджується Запорізьким національним університетом
Міністерства освіти і науки України, шляхом розміщення
у власному відкритому репозиторії,

за умовами ліцензії

Creative Commons License Attribution 4.0 International

(CC BY 4.0).

Ця дисертація доступна онлайн за: <http://phd.znu.edu.ua/page/1367.ukr.html>

АНОТАЦІЯ

Халанчук Л.В. Структуровані дискретні моделі для розв'язку крайових задач. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика. – Запорізький національний університет, Запоріжжя, 2021.

Об'єктом дослідження є структуровані та блочно-структуровані сітки для геометричних моделей.

Предмет дослідження – методи генерації структурованих та блочно-структурованих сіток геометричних моделей.

У дисертації досліджено структуровані дискретні моделі для розв'язку крайових задач. **Метою дисертаційної роботи** є розробка математичного апарату для побудови структурованих та блочно-структурованих сіток із заданими параметрами згущення та гарантією якості моделі. Для реалізації поставленої мети в роботі поставлено наступні основні задачі:

- розробити і виконати апробацію методу отримання структурованих дискретних математичних моделей, що виконані на чотирикутних скінченних елементах, для двовимірних геометричних об'єктів за допомогою рівняння Пуассона;
- розробити методи оптимізації генерації структурованих дискретних моделей геометричних об'єктів за рахунок вибору способу початкового розбиття;
- розробити підходи до керування формою та інтенсивністю згущення ліній сітки до заданої зони моделі двовимірного та тривимірного геометричного об'єкта.

Методи дослідження ґрунтуються на математичному аналізі, аналітичній геометрії, математичному моделюванні та чисельних методах розв'язування диференціальних рівнянь.

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, зазначено зв'язок роботи з науково-технічними проектами, сформульовано мету і завдання дослідження, визначено об'єкт, предмет та методи дослідження, показано наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, наведено інформацію про практичне використання доробку, особистий внесок здобувача, апробацію результатів дослідження та їх висвітлення у наукових публікаціях. Приводяться відомості щодо структури та обсягу дисертаційної роботи.

В першому розділі проведено огляд сучасного стану генерації структурованих дискретних моделей, який є продовженням і доповненням попередніх досліджень, а саме: описано основні кроки для побудови сітки, які є загальними для багатьох підходів їх автоматичної генерації (підрозділ 1.1); розглянуто алгебраїчні, еліптичні, варіаційні, гіперболічні методи генерації структурованих та блочно-структурованих сіток; проаналізовано спеціальні програмні засоби, за допомогою яких відбувається комп'ютерна генерація сіток; описано рівняння і теорії, на основі яких будуються сітки; наведено чисельні методи, що використовуються при генерації сіток (підрозділ 1.2); проаналізовано методи деформації сітки (підрозділ 1.3); досліджено широке коло об'єктів і процесів, для моделювання якого використовуються структуровані сітки (пункт 1.4.1).

Більше детально наведено приклади побудови структурованої дискретної моделі аеродинамічної форми НАСА0012 крила літака, що розроблені за допомогою Національного консультативного комітету з аеронавтики (НАСА) (пункт 1.4.2). Також проведено генерацію структурованої сітки щільності ймовірності знаходження електрона в заданій області різноманітних квантових точок з різними хвильовими числами (пункт 1.4.3).

Дослідження методів генерації структурованих сіток виявило переваги та недоліки їхнього використання, а саме: переваги – можливість використання більш високого порядку апроксимації і меншої кількості

ресурсів обчислювальних машин; недоліки – обмеження на форму елементів, структуру їхнього розміщення і на геометричну модель, адаптація до складних тіл досить трудомістка і є можливість появи вироджених елементів, декомпозицію на блоки можна застосувати для методів, коли блоки та границі можна представити явно, але у випадку надто складної форми тіла декомпозиція майже не застосовується. Популярною є комбінація генерації структурованих та неструктурованих сіток, яка дозволяє використати всі переваги і обмежити недоліки обох видів сіток.

Узагальнюючи результати дослідження, можна зробити висновок, що проведений огляд підтверджує актуальність розробки методів генерації структурованих дискретних моделей геометричних об'єктів для подальшого чисельного аналізу їх властивостей (висновки до розділу 1).

В другому розділі було розроблено математичний апарат для побудови структурованих сіток у вільно розповсюджену пакеті програм Scilab диференціальним методом на прикладі рівняння Пуассона із заданими параметрами згущення контрольних функцій та гарантією якості моделі. Емпіричним методом досліджено вплив геометрії області (опуклості та угнутості ліній сторін криволінійного чотирикутника) та вибір методу побудови початкової сітки на швидкість генерації заданої структурованої моделі даної області еліптичним методом, також досліджено залежність між значеннями змінних розрахункової та фізичної областей та вплив геометрії області на цю залежність.

У підрозділі 2.1 розглянуто постановку задачі генерації сітки за допомогою диференціального рівняння Пуассона. Окремо було розглянуто методи побудови структурованих дискретних моделей, їх недоліки і переваги (підрозділ 2.2). У підрозділі 2.3 детально розглянуто чисельний розв'язок рівняння Пуассона з використанням різницевої схеми, а саме: загальна апроксимація похідних з використанням різницевої схеми (пункт 2.3.1), різницева схема для рівняння Пуассона (пункт 2.3.2). У підрозділі 2.4 розглянуто методи побудови початкової сітки: рівномірно (пункт 2.4.1) та за

допомогою трансфінітної інтерполяції з можливістю згущення сітки до певних зон (пункт 2.4.2). Алгоритм генерації сітки в пакеті програм Scilab з дослідженням оптимального вибору початкової сітки відносно певної форми геометрії області побудови наведено в підрозділі 2.5.

Особлива увага була приділена дослідженню впливу контрольних функцій на керування сіткою (підрозділ 2.6). Для диференціального методу (еліптичного) розглядалися контрольні функції, за допомогою яких можна виконати згущення до горизонтальних та вертикальних координатних ліній (пункт 2.6.1), як окремий випадок згущення до діагональних ліній із можливістю їхнього суміщення (пункт 2.6.3), досліджено вплив параметрів цих контрольних функцій на згущення. Було досліджено вплив параметрів контрольних функцій, за допомогою яких можна побудувати згущення у формі одного, двох чи більше кіл, еліптичного методу на якість побудованої сітки, а саме її ортогональність (пункт 2.6.2). Усі дослідження супроводжувались візуалізацією отриманих результатів.

В третьому розділі було досліджено вплив параметрів контрольних функцій рівняння Пуассона на згущення сітки поверхонь різних типів. У підрозділі 3.1 наведено постановку задачі генерації сітки поверхні. Більш детально розглянуто поверхні обертання, оскільки такі поверхні широко використовуються в сучасній технічній промисловості, а саме: авіабудування, ракетобудування та ін. Оскільки навіть маленька помилка під час подібних розрахунків може привести не тільки до фінансових втрат, а й до людських жертв, то такі дослідження вимагають більшої точності обчислень. Отже виникає необхідність ретельного дослідження поверхні в місцях концентрації напружень, що можна зробити за допомогою згущення сітки в такій області, при цьому зекономити технічні ресурси під час виконання алгоритму. Тому було досліджено згущення сітки на поверхнях циліндра (підрозділ 3.2), конуса (підрозділ 3.3), також на місці з'єднання циліндричної та конічної, циліндричної та сферичної, двох конічних поверхонь (підрозділ 3.4). Також досліджено згущення сітки на поверхні, що моделює щільність ймовірності

знаходження електрона в заданій області квантової точки на прикладі кубічної квантової точки (підрозділ 3.5). Всі проведені дослідження на різних поверхнях підтверджують результати щодо впливу параметрів контрольних функцій на інтенсивність згущення сітки. Дослідження було проведено на прикладі згущення до певних ліній сітки, а у випадку комбінацій поверхонь згущення виконано до лінії з'єднання. Отже для посилення згущення необхідно збільшити перший параметр контрольної функції, другий параметр при збільшенні робить сітку більш рівномірною, близькою до ортогональної.

В четвертому розділі розглянуто генерацію структурованих дискретних моделей для перерізів тривимірних геометричних об'єктів. Постановка даної задачі наведена в підрозділі 4.1. Дослідження проведено на прикладі перерізу кутового (підрозділ 4.2) та прямого (підрозділ 4.3) з'єднання двох балок. В прикладі моделі «кута» отримано з'єднання двох прямокутних трапецій по бічній лінії, а модель прямого з'єднання показана у двох варіантах розбиття: чотири прямокутні трапеції та два п'ятикутники. Згущення сітки було виконано до лінії межі з'єднання, оскільки саме в околі з'єднання двох конструкцій виникає концентрація напружень, тому більш детальне дослідження функцій на геометрії заданої області є актуальним. Було використано контрольні функції для згущення до координатних ліній розрахункової області. Підтверджено попередні дослідження для плоских областей та поверхонь щодо впливу параметрів контрольних функцій на інтенсивність згущення сітки в заданій області, а саме: збільшення першого параметра приводить до посилення згущення в околі заданої області, а збільшення другого параметра призводить до більш рівномірного розподілення ліній сітки, що наближає її до ортогональності ліній. В підрозділі 4.4 показано розв'язок крайової задачі вигину тонкої пластинки, розв'язано різницеvими схемами рівняння Софі Жермен, виконано згущення сітки до певних зон побудови для різних форм пластинки (квадрат, опуклий та неопуклий криволінійні чотирикутники).

У висновках наголошено, що розроблені в дисертаційній роботі методи генерації структурованих дискретних моделей геометричних об'єктів дозволяють якісно підвищити результати математичного моделювання, використовувати їх при аналізі та оптимізації інженерних конструкцій. Під час розв'язання задач дисертаційного дослідження було створено програмний продукт у вільно розповсюджуваному пакеті інженерних програм Scilab, що дозволяє еліптичним методом автоматизувати генерацію структурованих дискретних моделей геометричних об'єктів таких, як двовимірні криволінійні чотирикутники, поверхні тіл, перерізи тривимірних об'єктів. За допомогою цього програмного продукту можна керувати формою та інтенсивністю згущення структурованої сітки в заданій області геометричного об'єкта.

Практичні результати представлено візуальними прикладами, що демонструють можливості розробленого програмного продукту. Точність та достовірність результатів підтверджується порівняльним аналізом, відповідністю фізичним властивостям та стійкістю алгоритму згущення сітки до кожної обраної області із можливістю керуванням інтенсивністю згущення.

Отримані розв'язки задач дисертаційного дослідження можуть бути використані конструкторськими організаціями та виробництвами в якості додатків математичного моделювання геометричних об'єктів.

Ключові слова: структурована дискретна модель, рівняння Пуассона, згущення сітки, параметри контрольних функцій, модель криволінійного чотирикутника, модель поверхні.

ABSTRACT

Khalanchuk L. Structured discrete models for solving boundary value problems. - Qualification work on the rights of the manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the philosophy doctor on a specialty 113 Applied mathematics. – Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, 2021.

The object of research is structured and block-structured grids for geometric models.

The subject of research – methods of generating structured and block-structured grids of geometric models.

The dissertation investigates structured discrete models for solving boundary value problems. **The purpose of the dissertation** is to develop a mathematical apparatus for the construction of structured and block-structured grids with specified parameters of thickening and quality assurance of the model. To achieve this goal in the work the following main tasks:

- to develop and test a method for obtaining structured discrete mathematical models performed on quadrilateral finite elements for two-dimensional geometric objects using the Poisson equation;
- to develop methods for optimizing the generation of structured discrete models of geometric objects by choosing the method of initial partitioning;
- to develop approaches to control the shape and intensity of grid lines thickening to a given area of the model of two-dimensional and three-dimensional geometric object.

The research methods are based on mathematical analysis, analytical geometry, mathematical modeling and numerical methods for solving differential equations.

The Introduction substantiates the topicality of the thesis, outlines its relationship to scientific and technical research projects. It formulates the research

goal and objectives, specifies the object, subject, and methods of research, and highlights the scientific novelty and practical value of the obtained results. It sketches out how the research results were used in practical cases. Further, it summarizes the personal contribution of the applicant, and presents how the approbation and publication of the contributed results were done. Finally, the Introduction provides the quantitative information about the structure of the thesis.

The first section reviews the current state of generation of structured discrete models, which is a continuation and addition to previous studies, namely: describes the basic steps for building a grid, which are common to many approaches to their automatic generation (section 1.1); algebraic, elliptic, variational, hyperbolic methods of generation of structured and block-structured grids are considered; analyzed special software tools that are used to generate computer grids; describes the equations and theories on the basis of which grids are built; the numerical methods used at generation of grids are resulted (section 1.2); a wide range of objects and processes have been studied, for which structured grids are used (section 1.4.1).

Examples of the construction of a structured discrete model of the aerodynamic shape of the NACA0012 wing of an aircraft, developed with the help of the National Advisory Committee on Aeronautics (NACA), are given in more detail (section 1.4.2). The generation of a structured grid of electron density density in a given region of various quantum points with different wave numbers is also performed (section 1.4.3).

The study of methods for generating structured grids revealed the advantages and disadvantages of their use, namely: advantages – the ability to use a higher order of approximation and fewer resources of computers; Disadvantages - restrictions on the shape of elements, the structure of their placement and geometric model, adaptation to complex bodies is quite time consuming and there is a possibility of degenerate elements, decomposition into blocks can be applied to methods where blocks and boundaries can be represented explicitly, but in case of too complex shape body decomposition is almost not applied. A combination of structured and

unstructured grids is popular, which allows you to use all the advantages and limit the disadvantages of both types of grids.

Summarizing the results of the study, we can conclude that the review confirms the relevance of developing methods for generating structured discrete models of geometric objects for further numerical analysis of their properties (conclusions to chapter 1).

In the second section, a mathematical apparatus was developed for constructing structured grids in a freely distributed Scilab software package by the differential method on the example of the Poisson equation with given parameters of control function condensation and model quality assurance. The influence of the geometry of the region (convexity and concavity of the lines of the sides of a curvilinear quadrilateral) and the choice of the method of constructing the initial grid on the generation speed of a given structured model of this region by the elliptical method is investigated by empirical method.

Section 2.1 considers the formulation of the grid generation problem using the Poisson differential equation. Methods of constructing structured discrete models, their disadvantages and advantages were considered separately (section 2.2). Section 2.3 discusses in detail the numerical solution of the Poisson equation using the difference scheme, namely: the general approximation of derivatives using the difference scheme (paragraph 2.3.1), the difference scheme for the Poisson equation (paragraph 2.3.2). Section 2.4 discusses the methods of constructing the initial grid: evenly (paragraph 2.4.1) and by transfinite interpolation with the possibility of thickening the grid to the right or left (paragraph 2.4.2). The grid generation algorithm in the Scilab software package with the study of the optimal choice of the initial grid with respect to a certain shape of the geometry of the construction area is given in section 2.5.

Particular attention was paid to the study of the influence of control functions on grid management (section 2.6). For the differential method (elliptical) control functions were considered, with the help of which it is possible to perform condensation to horizontal and vertical coordinate lines (paragraph 2.6.1), as a

special case of condensation to diagonal lines with the possibility of their combination (paragraph 2.6.3), the influence of parameters of these control functions on condensation is investigated. The influence of the parameters of control functions, by means of which it is possible to construct a condensation in the form of one, two or more circles, an elliptical method on the quality of the constructed grid, namely its orthogonality, was investigated (paragraph 2.6.2). The study was accompanied by visualization of the results.

In the third section, the influence of the parameters of the control functions of the Poisson equation on the thickening of the grid of surfaces of different types was investigated. Section 3.1 presents the formulation of the problem of surface grid generation. Rotation surfaces are considered in more detail, as such surfaces are widely used in the modern technical industry, namely: aircraft construction, rocketry, etc. Since even a small error in such calculations can lead not only to financial losses but also to human casualties, such studies require greater accuracy of calculations. Therefore, there is a need for careful study of the surface in places of stress concentration, which can be done by thickening the grid in this area, while saving technical resources during the execution of the algorithm. Therefore, the thickening of the grid on the surfaces of the cylinder (section 3.2), the cone (section 3.3), as well as at the junction of the cylindrical and conical, cylindrical and spherical, two conical surfaces (section 3.4) was investigated. The compression of the grid on the surface is also investigated, which simulates the probability density of an electron in a given region of a quantum dot on the example of a cubic quantum dot (section 3.5). All studies on different surfaces confirm the results on the influence of the parameters of the control functions on the intensity of the thickening of the grid. The study was performed on the example of thickening to certain lines of the grid, and in the case of combinations of surfaces, the thickening was performed to the joint line. Therefore, to enhance the thickening, it is necessary to increase the first parameter of the control function, the second parameter when increasing makes the grid more uniform, close to orthogonal.

The fourth section discusses the generation of structured discrete models for three-dimensional objects. The statement of this problem is given in section 4.1. The study was performed on the example of the cross section of the angular (section 4.2) and direct (section 4.3) connection of two beams. The example of the "angle" model is the connection of two rectangular trapezoids along the side line, and the "straight" model is shown in two variants of division: four rectangular trapezoids and two pentagons. The thickening of the grid was performed to the line of the joint boundary, because it is in the vicinity of the junction of the two structures that the stress concentration occurs, so a more detailed study of the functions on the geometry of a given area is relevant. Control functions were used to condense to the coordinate lines of the calculation area. Preliminary studies for flat areas and surfaces on the influence of control function parameters on the grid thickening intensity in a given region have been confirmed, namely: an increase in the first parameter leads to an increase in thickening around a given region, and an increase in the second parameter leads to a more uniform grid distribution, it's to the orthogonality of the lines. Section 4.4 shows the solution of the boundary value problem of bending a thin plate, solves the difference schemes of Sophie Germain's equation, condenses the grid to certain construction zones for different plate shapes (square, convex and nonconvex curvilinear quadrilaterals).

The conclusions emphasize that the methods of generation of structured discrete models of geometric objects developed in the dissertation work allow to qualitatively increase the results of mathematical modeling, to use them in the analysis and optimization of engineering structures. During the dissertation research, a software product was created in the freely distributed Scilab engineering software package, which allows the elliptical method to automate the generation of structured discrete models of geometric objects such as two-dimensional curvilinear quadrilaterals, body surfaces, sections of three-dimensional objects. With this software product, you can control the shape and intensity of the structured grid in a given area of a geometric object.

Practical results are presented by visual examples that demonstrate the capabilities of the developed software product. The accuracy and reliability of the results is confirmed by comparative analysis, compliance with the physical properties and stability of the grid thickening algorithm to each selected area with the ability to control the intensity of thickening.

The obtained solutions of dissertation research problems can be used by design organizations and productions as applications of mathematical modeling of geometric objects.

Keywords: structured discrete model, Poisson equation, grid thickening, parameters of control functions, curvilinear quadrilateral model, surface model.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

Статті в наукових виданнях, включених до міжнародних наукометричних баз Scopus та Web of science

1. Natalya Sosnickaya, Mykola Morozov, Larysa Khalanchuk, Halyna Onyshchenko. Modelling the Electromagnetic Processes and Phenomena in Quantum-Sized Systems in the Course of Physical and Mathematical Support of Master's Programs for the "Electric Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics Specialty". *2019 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*, 23-25 September 2019, Kremenchuk, Ukraine, pp. 402-405. (*Scopus*)
2. N. Sosnytska, M. Morozov and L. Khalanchuk, "Modeling of Electron State in Quantum Dot Structures," *2020 IEEE Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP)*, Kremenchuk, Ukraine, 2020, pp. 1-5. (*Scopus*)

Статті в наукових фахових виданнях України

3. Халанчук Л. В., Чопоров С. В. Огляд методів генерації дискретних моделей геометричних об'єктів. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2018. №1. С. 139-152. (*Міжнародна представленість та індексація журналу: Index Copernicus (Польща)*)
4. Сосницька Н.Л., Морозов М.В., Онищенко Г.О., Халанчук Л.В. Моделювання кванторозмірних гетеросистем та методичне забезпечення курсу "Фізичні основи інформаційних технологій". *Науковий вісник Льотної академії. Серія: Педагогічні науки. Збірник наукових праць*. Кропивницький: ЛА НАУ, 2019. Вип.5 С. 415-421.
5. Сосницька Н.Л., Кравець В.І., Морозов М.В., Онищенко Г.О., Халанчук Л.В. Моделювання стану електронів у кінцевих квантових точках.

Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки. Кам'янець-Подільський: КПНУ, 2019. Вип.20. С. 100-107.

6. Морозов М.В., Халанчук Л.В. Моделювання стану електрона у циліндричній квантовій точці з оболонкою. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки. Запоріжжя: ЗНУ, 2019. №2. С. 117-123. (Міжнародна представленість та індексація журналу: Index Copernicus (Польща))*

7. Халанчук Л. В., Чопоров С. В. Розробка методу побудови нерівномірних сіток на базі диференціального рівняння Пуассона. *Прикладні питання математичного моделювання. Херсон: Херсонський національний технічний університет. 2020, т. 3, № 2.2. С. 274-282. (Міжнародна представленість та індексація журналу: Index Copernicus (Польща), Google Scholar (США))*

8. Халанчук Л. В., Чопоров С. В. Дослідження генерації нерівномірних структурованих дискретних моделей двовимірних геометричних об'єктів. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки. Запоріжжя: ЗНУ, 2020. № 1. С. 106-112. (Міжнародна представленість та індексація журналу: Index Copernicus (Польща))*

9. Сосницька Н.Л., Морозов М.В., Халанчук Л.В. Математичне комп'ютерне моделювання квантово-механічних явищ та процесів. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Мелітополь: ТДАТУ, 2020. Вип. 20. Т. 2. С.262-268. (Міжнародна представленість та індексація журналу: Google Scholar (США))*

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

10. Халанчук Л.В. Сучасний стан дослідження методів генерації структурованих дискретних моделей. *Актуальні проблеми математики та інформатики: збірка тез доповідей Дев'ятої Всеукраїнської, шістнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників, 26-27 квітня 2018 р. Запоріжжя: ЗНУ, 2018. С. 139.*

11. Халанчук Л.В., Чопоров С.В. Структурована дискретна модель розв'язку рівняння Шредінгера. *Сучасні проблеми машинобудування: тези доповідей конференції молодих вчених та спеціалістів, присвяченої 120-річчю з дня народження академіка НАН України А. П. Філіппова*, 15-18 квітня 2019 р. Харків: Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, 2019. С. 18.

12. Халанчук Л.В. Вибір початкового розбиття для генерації структурованої дискретної моделі. *Актуальні проблеми математики та інформатики: збірка тез доповідей Десятої Всеукраїнської, сімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників*, 25-26 квітня 2019 р. Запоріжжя: ЗНУ, 2019. С. 130-131.

13. Сосницька Н.Л., Морозов М.В., Онищенко Г.О., Халанчук Л.В. Генерація моделей квантових структур у лабораторному практикумі. *Сучасні наукові дослідження на шляху до євроінтеграції: матеріали міжнародного науково-практичного форуму*, 21-22 червня 2019 р., ТДАТУ імені Дмитра Моторного. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В. 2019. Частина 2. С. 400-402.

14. Халанчук Л.В., Чопоров С.В. Вплив властивостей геометрії області на генерацію сітки. *Інформаційні системи та технології: матеріали статей 8-ї Міжнародної науково-технічної конференції*, Коблеве - Харків, 09-14 вересня 2019 року / наук. ред. А.Д. Тевяшев, Л.Б. Петришин, В.Г. Кобзев. Х.: ХНУРЕ, 2019. С. 93-96.

15. Халанчук Л. В. Вплив параметрів комірки сітки на генерацію структурованої дискретної моделі гіперболічним методом. *Актуальні проблеми математики та інформатики: збірка тез доповідей Одинадцятої Всеукраїнської, Вісімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників*, 23-24 квітня 2020 р. Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2020. С. 129-130.

16. Халанчук Л. В., Чопоров С. В. Використання рівняння Пуассона для побудови нерівномірних структурованих сіток. *XXI Міжнародна*

конференція з математичного моделювання (МКММ-2020): збірка тез, 14-18 вересня 2020 р. Херсон: ХНТУ, 2020. С. 66.

17. Морозов М., Халанчук Л., Кравець В., Рожкова О. Застосування математичного моделювання у лабораторному практикумі з фізики. *Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Освіта та наука: пам'ятаючи про минуле, творимо майбутнє»*, 23-25 вересня 2020 р. Київ, 2020. С. 321-327.

Інші публікації, які додатково відображають наукові результати дисертації

18. А. с. 98466. Україна. Комп'ютерна програма «Побудова двовимірної структурованої сітки за допомогою диференціального рівняння Пуассона» / Халанчук Л.В., Чопоров С.В.; реєстр. 07.07.2020, опубл. 30.09.2020, Бюл. № 60.

19. Дяденчук А.Ф., Халанчук Л.В. Формування професійної компетентності майбутніх інженерів при розв'язанні прикладних задач у пакеті Scilab. *Моделювання компетентнісної професійної освіти в контексті євроінтеграції: монографія* [Електронне видання] / кол. авт; за заг. ред. проф. Н.П. Волкової. Дніпро: Університет імені Альфреда Нобеля, 2021. С. 289-309.