

АНОТАЦІЯ

Смолянкова Т.М. Математичне моделювання механічних характеристик волокнистих композитів із різномодульними компонентами. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – Прикладна математика. – Запорізький національний університет, Запоріжжя, 2021.

У дисертаційному дослідженні отримано ефективні механічні характеристики різномодульного пружного волокнистого композитного матеріалу для випадків розтягу та стиску. Визначено ефективні технічні сталі вказаного композиту – поздовжній та поперечний модулі пружності та коефіцієнти Пуассона. Для цього використано кінематичні умови узгодження переміщень точок гомогенізованого композиту та його компонентів – матриці та волокна – при спільному деформуванні.

Основна частина дисертації складається з вступу, чотирьох розділів та висновків.

У вступі обґрунтовано вибір теми дослідження, сформульовано мету, завдання, визначено методи дослідження, наукову новизну та практичне значення отриманих результатів. Розкрито особистий внесок здобувача у дослідженнях, виконаних у співавторстві, подано дані щодо апробації результатів дисертації.

У першому розділі кваліфікаційної наукової праці досліджуються сучасний стан та основні підходи до вирішення проблеми гомогенізації різномодульних композитів. Для визначення сутності даної проблеми розглянуто основні механічні характеристики композитів, що потребують визначення у процесі гомогенізації. Висвітлено сутність експериментального підходу та математичного моделювання для знаходження ефективних механічних характеристик волокнистих композитів. Розглянуто найбільш відомі дослідження у цьому напрямку. Відзначено, що існує кілька

методологічних підходів до вивчення різномодульних матеріалів, наведено короткі характеристики основних публікацій у межах кожного з підходів.

У цьому розділі розглянута також теоретична основа дисертаційного дослідження – визначальні співвідношення між напруженнями та деформаціями. Вони сформульовані для ізотропного матеріалу відповідно до класичної теорії різномодульного пружного середовища, запропонованої С.А. Амбарцумяном, та розповсюджені на випадок різномодульного трансверсально-ізотропного середовища. При цьому було прийнято гіпотезу про сталість модулів зсуву при розтягу та стиску.

У розділі 2 визначено ефективний поздовжній модуль пружності та коефіцієнт Пуассона різномодульного трансверсально-ізотропного композиту в умовах розтягу та стиску. Елементарну комірку композиту подано у вигляді циліндра, складеного з порожнистого циліндра, що моделює матрицю, та суцільного циліндра, що моделює волокно. Для визначення ефективних пружних сталей спочатку розв'язано задачу про сумісне деформування компонентів представницької комірки композиту – матриці та волокна. Радіальні переміщення та напруження на поверхні контакту матриці та волокна при цьому є неперервними. Аналогічна задача визначення компонентів напружено-деформованого стану в умовах поздовжнього розтягу та стиску розв'язана для однорідного композиційного матеріалу. Ефективні пружні сталі – поздовжній модуль пружності та коефіцієнт Пуассона – визначаються з умови рівності осьових деформацій у точках елементарної комірки гомогенізованого композиту, матриці та волокна, а також радіальних переміщень на зовнішній поверхні матриці та елементарної комірки однорідного композиту.

У розділі 3 досліджується гомогенізація різномодульного трансверсально-ізотропного композиту в умовах поперечного розтягу-стиску. Спочатку розв'язано крайову задачу знаходження компонентів напружено-деформованого стану матриці та волокна при заданому радіальному напруженні на зовнішній поверхні матриці. При цьому радіальні

переміщення та напруження на поверхні контакту матриці та волокна вважаються неперервними, осьові деформації матриці та волокна рівні між собою.

На наступному етапі розв'язується задача визначення переміщень, деформацій та напружень для однорідного композиту при тих же крайових умовах. Умовами узгодження є рівність осьових переміщень однорідного композиту, матриці та волокна, а також рівність радіальних переміщень на зовнішній поверхні матриці та комірки однорідного композиту. Використання цих умов узгодження дозволило отримати співвідношення між ефективними пружними сталими у площині ізотропії композиту.

У четвертому розділі визначено ефективний поперечний модуль пружності та коефіцієнт Пуассона для площини ізотропії трансверсально-ізотропного різномодульного композиту. Для цього використано припущення про рівність модулів зсуву при розтязі та стиску різномодульного матеріалу, а також співвідношення між ефективними характеристиками композиту у площині ізотропії, які отримані у розділі 3.

На основі виконаного дослідження сформульовано висновки за дисертаційною роботою.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у такому: вперше запропоновано підхід до гомогенізації різномодульного трансверсально-ізотропного композиту, що ґрунтується на використанні кінематичних умов узгодження переміщень представницького елемента композиту та його складових; на основі розв'язання задачі про поздовжній розтяг-стиск представницького елемента композиту та його складових отримано аналітичний вираз для ефективного поздовжнього модуля пружності різномодульного трансверсально-ізотропного волокнистого композиту; на основі розв'язання задачі про поперечний розтяг-стиск представницького елемента композиту та його складових отримано аналітичний вираз для ефективного поперечного модуля пружності різномодульного трансверсально-ізотропного композиту; на основі розв'язання задачі про

поперечний зсув представницького елемента композиту та його складових отримано ефективний модуль зсуву у площині ізотропії композиту та коефіцієнт Пуассона для цієї площини; побудовано залежності знайдених ефективних пружних сталих різномодульного композиту від відносної об'ємної частки волокна у матеріалі композиту.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості застосування отриманих ефективних пружних сталих для різномодульних композитів при розрахунках компонентів напружено-деформованого стану конструкційних елементів, виготовлених з таких матеріалів. Запропонована у дисертаційному дослідженні методика гомогенізації трансверсально-ізотропного композиту у порівнянні з іншими існуючими методиками розв'язання цієї задачі дозволяє враховувати наявність відмінностей у механічних характеристиках композиційного матеріалу при поздовжньому розтягненні та стиску, при розрахунках конструкційних елементів, виготовлених з композитів, на міцність та дослідженні їх реакції на дію різноманітних статичних та динамічних навантажень. Це дозволить вдосконалити процес проектування конструкцій, у яких використовуються трансверсально-ізотропні композитні матеріали.

КОМПОЗИТ, МАТРИЦЯ, ВОЛОКНО, РІЗНОМОДУЛЬНИЙ МАТЕРІАЛ, ЕФЕКТИВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ, ГОМОГЕНІЗАЦІЯ, ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИЙ МАТЕРІАЛ, РОЗТЯГ, СТИСК, МОДУЛЬ ПРУЖНОСТІ, КОЕФІЦІЄНТ ПУАССОНА

ABSTRACT

Smoliankova T.M. Mathematical modeling of the mechanical characteristics of a fibrous composites with multi-modular components. – Qualification scientific work, manuscript.

Ph.D. thesis in specialty 113 – Applied Mathematics. – Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, 2021.

In this thesis, I determined the effective mechanical characteristics of the multi-modular elastic fibrous composite material at stretching and compression. I designated the effective technical characteristics of these composites – longitudinal and transverse modulus of elasticity and Poisson coefficients. So I used the kinematic conditions of displacements for points of the homogenized composite and its components such as matrix and fiber at their common deformation.

The main part of the thesis consists of an introduction, four sections, and conclusions.

In the introduction, I proved my choice of thesis theme, clearly defined the main aim and tasks, determined the methods of researches, scientific novelty, and practical value of outcome measures. I described the personal role in the researches made in the co-authorship includes. Also I submitted the data of approbation the outcome measures.

In the first section of the scientific research paper, I explored the current situation and main approaches in solving the problem of the homogenization of the multi-modular composites. To define the entity of the following problem I considered the basic mechanical characteristics of composites. It requires a definition in the process of homogenization. I expounded the essence of the experimental approach and the mathematical modeling for finding the effective mechanical characteristics of the fibrous composites. I also reviewed the best-known researches in these areas. I noted that there were several methodological approaches in exploring multi-modular materials. So I provided the short characteristics of the main publications within each of the approaches.

In this section, I also defined the theoretical grounds of the thesis as the main formula between tensions and deformations. These formulas are formulated for the isotropic material according to the classic theory of elastic materials. It was suggested by the Ambartsumyan and distributed for the case of the multi-modular transversally-isotropic material. While, it was assumed the hypothesis about the stability of the shear module at stretching and compression.

In the second section, I determined the effective longitudinal modulus of elasticity and the Poisson coefficient of the multi-modular transversally-isotropic composite at stretching and compression. An elementary cell of a composite represents by a cylinder. It consists of a hollow cylinder as a matrix and a solid cylinder as a fiber. Firstly, I solved the problem of joint deformation of the components of a representative composite cell as a matrix and fiber to obtain the effective elastic constants. The radial displacements and tensions on a surface of contact of matrix and fiber thus are continuous. A similar problem of determining the components of the stress-strain state at longitudinal stretching and compression is solved in the case of homogeneous composite material. Effective elastic constants such as a longitudinal modulus of elasticity and the Poisson coefficient are determined from the equality of the axial deformation in the point of the elementary cell of a homogeneous composite, matrix and fiber. And it is also based on the equality of the axial displacements at the outer surface of matrix and elementary cell of homogeneous composite.

In the third section, I explored the homogenization of the multi-modular transversally-isotropic composite at transverse stretching-compression. Firstly I obtained the boundary problem of determining the components of the stress-strain state of matrix and fiber at given radial stress on an outer surface of the matrix. Nevertheless, radial displacements and tensions on an outer surface of matrix and fiber are continuous; the axial deformations of matrix and fiber are equal.

At the next stage, I solved the problem of finding the displacements, tensions and deformations for a homogeneous composite at the same boundary conditions.

The conditions for the alignment of displacements at the points in a homogeneous composite cell are the equality of axial displacements for the arbitrary point and the radial displacements at the outer surface of the matrix and homogeneous composite cell. Using these conditions for the alignment allowed us to obtain a formula between effective elastic constants in the plane of isotropy of a composite.

In the fourth section, I found the effective transverse shift module of elasticity and the Poisson coefficient in the plane of isotropy of a transversally-isotropic multi-modular composite. So I used the assumptions of equality of the shift module at stretching and compression of the multi-modular material; the ratio between effective characteristics of a composite in the plane of isotropy from the third section.

The conclusions were formulated based on the completed thesis.

The novelty of the outcome measures is as follows. Firstly, it was newly suggested the method of the homogenization of the multi-modular transversally-isotropic composite based on using the kinematic conditions of alignment of displacements of a representative composite element and its components. Secondly, I obtained the analytic expressions for the effective longitudinal modulus of elasticity of the multi-modular transversally-isotropic fibrous composite based on solving the problem of a longitudinal stretching-compression of a representative composite element and its components for the first time. Thirdly, it was newly determined the analytic expressions for the effective transverse module of elasticity of the multi-modular transversally-isotropic composite based on solving the problem of transverse stretching-compression of a representative composite element and its components. Fourthly, I was derived the effective transverse shift module in the plane of isotropy of a composite and the Poisson coefficient in this plane based on solving the problem of the transverse shift of a representative composite element and its components for the first time. Fifthly, it was newly plotted the formulas between found effective elastic constants of the multi-modular composite on the volumetric fiber content in a composite.

The practical value of the outcome measures aims at the possibility of applying the outcome effective elastic constants for the multi-modular composites for the math of components of the stress-strain state for the structural element made of these materials. Described methodology of the homogenization of the transversally-isotropic composite compared with other current methodology of the described problem allows taking into account the differences in mechanical characteristics of a composite materials at their longitudinal stretching and compression, while math the structural elements made of composites. The composite materials are put under pressure and analyze their reaction on different statistical and dynamical stresses. It will allow strengthening the process of engineering the structure made of transversally-isotropic composite material.

COMPOSITE, MATRIX, FIBER, MULTI-MODULAR MATERIAL,
EFFECTIVE CHARACTERISTICS, HOMOGENIZATION,
TRANSVERSALLY-ISOTROPIC MATERIAL, STRETCHING,
COMPRESSION, MODULUS OF ELASTICITY, POISSON COEFFICIENT

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Праці, в яких опубліковано основні наукові результати

1. Клименко М.І., Гребенюк С.М., Смолянкова Т.М. (2016). Визначення ефективного модуля зсуву односпрямованого композиту при нормальному розподілі радіуса волокна. *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки*. Запоріжжя: Запорізький національний університет, 127-135.
2. Grebenyuk S., Klymenko M., Titova O., Smoliankova T. (2018). Effective Characteristics of the Viscoelastic Fiber-reinforced Composite with Transversally Isotropic Components under Transverse Shear. *Mechanika 2018. Proceedings of the 23th international scientific conference*. Kaunas University of Technology, Lithuania, 31- 35.
3. Grebenyuk S., Klymenko M., Smoliankova T., Koval R. (2019). Effective Characteristics of the Multi-Modular Composites under Transverse Stretching. *Trans Tech Publication Ltd*, 968, 511-518.
4. Grebenyuk S., Smoliankova T., Klymenko M., Kudin O. (2020). The homogenization of multi-modular composites at their longitudinal deformation. *Eastern European Journal of enterprise technologies*, 3/7 (105), 13-19.
5. Grebenyuk S.M., Smoliankova T.M., Klymenko M.I. (2020). Model of homogenization of the multi-modular transtropic fibrous composite. *Вісник Запорізького національного університету. Збірник наукових праць. Фізико-математичні науки*. Запоріжжя: Видавничий дім «Гельветика», 2, 5-10.

Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

6. Смолянкова Т.М. (2018). Определение эффективных технических постоянных при растяжение-сжатии разномодульного композита. *Тези доповідей XIII Міжнародної наукової конференції для молодих вчених «Сучасні проблеми математики» та її застосування у природничих науках та інформаційних технологіях*. Харківський національний університет ім. В.Н.Каразіна, 56-57.
7. Смолянкова Т.М., Клименко М.І. (2018). Визначення модуля пружності при розтягу-стиску різномодульного композиту. *Збірка тез доповідей Дев'ятої Всеукраїнської, шістнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників «Актуальні проблеми математики та інформатики»*, 132-133.
8. Смолянкова Т.М. (2019). Аналітичне обчислення ефективних характеристик різномодульного композиту. *Збірка тез доповідей «Сучасні проблеми машинобудування» конференція молодих вчених та спеціалістів*. Інститут проблем машинобудування ім. А.Н. Підгорного, Харків, 10-11.
9. Смолянкова Т.М., Клименко М.І. (2020). Гомогенізація різномодульних трансверсально-ізотропних волокнистих композитів. *Збірка тез доповідей Одинадцятої Всеукраїнської, вісімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників «Актуальні проблеми математики та інформатики»*, 132-133.
10. Смолянкова Т.Н. Гребенюк С.Н. Клименко М.І. Коваль Р.А. (2019). Эффективные характеристики разномодульных композитов при поперечном растяжении. *Тези доповідей VI Міжнародної науково-практичної конференції «Актуальні проблеми інженерної механіки»*, Одеська державна академія будівництва та архітектури, 263-267.