

## АНОТАЦІЯ

*Столярова А. В.* Гомогенізація композиційного матеріалу з порожнистими трансропними волокнами. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика». – Запорізький національний університет, Запоріжжя, 2021.

У дисертаційному дослідженні викладено підхід до гомогенізації односпрямованих композитів із трансропними матрицею та порожнистими волокнами. За допомогою методу представницького об'ємного елемента розв'язано крайові задачі про поздовжній та поперечний розтяг, поздовжній та поперечний зсув для неоднорідного та гомогенізованого матеріалу. Отримано аналітичні співвідношення для визначення ефективних пружних характеристик вказаних композитів. За основу обрано кінематичний критерій узгодження.

Основна частина дисертації складається з вступу, чотирьох розділів та висновків.

Обґрунтування вибору теми дослідження, формулювання мети, завдань, методів дослідження, наукову новизну та практичне значення отриманих результатів викладено у вступі. Наводиться обґрунтування та достовірність отриманих результатів. Розкрито особистий внесок здобувача у дослідженнях, виконаних у співавторстві, подано відомості щодо апробації результатів дисертації.

У першому розділі висвітлюються основні підходи до визначення напружено-деформованого стану волокнистих композиційних матеріалів та конструкцій, спроектованих з їх використанням. Особливу увагу приділено врахуванню специфічних властивостей складових, таких як в'язкопружність, анізотропія та інших, при визначенні ефективних механічних характеристик

композита. Окремо висвітлені питання гомогенізації композитів, армованих порожнистими волокнами. Відзначені переваги та недоліки чисельних та експериментальних підходів до визначення напружено-деформованого стану таких композитів у порівнянні з аналітичними методами. На основі проведеного аналізу сформульовано основні завдання, які необхідно вирішити в ході дослідження.

У цьому розділі наведено основні співвідношення для визначення ефективних пружних характеристик композитів з порожнистими волокнами, компоненти яких є ізотропними матеріалами, отримані Г. А. Ваніним та Д. М. Карпіносом.

Другий розділ висвітлює основну ідею застосування методу представницького об'ємного елемента для визначення ефективних механічних характеристик односпрямованого композиційного матеріалу з порожнистими волокнами. Визначено основні компоненти напружено-деформованого стану трансропних компонентів композиту та гомогенізованого однорідного матеріалу при поперечних деформаціях. За основу взято умову ідеального контакту на межі «матриця-порожнисте волокно».

Розглядається методика визначення ефективних пружних характеристик при поперечному розтягу та чистому поперечному зсуві. Для кожного випадку розв'язано дві крайові задачі. Перша задача про сумісне деформування матриці і порожнистого волокна, друга – про деформування гомогенізованого трансропного матеріалу. Підхід, який запропоновано для використання, ґрунтується на застосуванні кінематичних умов узгодження переміщень точок гомогенізованого композиту та його складових – матриці та порожнистого волокна.

Постановки крайових задач та їх розв'язки при поздовжніх деформаціях для односпрямованого композиційного матеріалу з порожнистим волокном наведені у третьому розділі. Отримано аналітичні співвідношення для визначення ефективних поздовжнього модуля пружності, коефіцієнта

Пуассона та поздовжнього модуля зсуву таких композитів. Складові композита приймалися трансропними. Співвідношення для кожної характеристики отримано із розв'язання двох крайових задач. Перша про сумісне деформування матриці і порожнистого волокна. Друга – деформування однорідного трансропного матеріалу, що моделює композит. Як умова узгодження для обох задач, використовувалась рівність компонентів вектору переміщень.

Четвертий розділ присвячений використанню отриманих у другому та третьому розділах співвідношень для розрахунку ефективних пружних характеристик волокнистих композитів. Обчислення проведені для двохфазових односпрямованих волокнистих композитів з ізотропними компонентами, а також для випадку трансропних волокон. Представлені результати розрахунків відображають залежність ефективних пружних сталих композиційного матеріалу від об'ємного вмісту матеріалу волокна та порожнини в матеріалі композиту.

Розрахунки ефективних механічних характеристик волокнистих композиційних матеріалів за отриманими формулами демонструють високу збіжність результатів з обчисленнями за співвідношеннями Г. А. Ваніна та Д. М. Карпіноса.

На основі виконаного дослідження сформульовано висновки за дисертаційною роботою.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у такому: розвинено метод представницького об'ємного елемента для гомогенізації односпрямованого композиційного матеріалу з трансропними матрицею та порожнистим волокном при поперечному та поздовжньому розтягу і зсуві, що ґрунтується на використанні кінематичних умов узгодження переміщень композиту та його складових; вперше, на основі розв'язання задачі гомогенізації про поперечний розтяг та чистий поперечний зсув, отримано аналітичні співвідношення для визначення поперечного модуля пружності та коефіцієнта Пуассона односпрямованого композиту з трансропними

матрицею та порожнистим волокном, що залежать від пружних характеристик його складових та об'ємного вмісту матеріалу волокна та порожнини у композиті; вперше, на основі розв'язання задачі гомогенізації про поздовжній розтяг та чистий поздовжній зсув, отримано аналітичні вирази для розрахунку поздовжнього модуля пружності, коефіцієнта Пуассона та поздовжнього модуля зсуву односпрямованого композиційного матеріалу з порожнистими волокнами у випадку трансропності обох компонент композиту, що залежать від пружних характеристик його складових та об'ємного вмісту матеріалу волокна та порожнини у композиті; вперше проведено розрахунки за отриманими формулами та побудовано залежності ефективних пружних сталих композитів з порожнистими волокнами від об'ємного вмісту матеріалу волокна та порожнини у композиційному матеріалі.

Практичне значення результатів роботи полягає у можливості безпосереднього використання отриманих аналітичних співвідношень для визначення ефективних пружних сталих двохфазових односпрямованих композиційних матеріалів з порожнистими волокнами, що складаються як із ізотропних, так і трансропних компонентів. Представлені у роботі аналітичні залежності дозволяють на стадії проектування, варіюючи матеріалом матриці, матеріалом волокна, об'ємним вмістом волокна та об'ємним вмістом порожнини у ньому, отримувати композиційні матеріали із раціональними характеристиками.

**ВОЛОКНИСТИЙ КОМПОЗИТ, ЕФЕКТИВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ, МАТРИЦЯ, ПОРОЖНИСТЕ ВОЛОКНО, ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИЙ МАТЕРІАЛ, ГОМОГЕНІЗАЦІЯ, МОДУЛЬ ПРУЖНОСТІ, МОДУЛЬ ЗСУВУ, КОЕФІЦІЄНТ ПУАССОНА**

## ABSTRACT

*Stoliarova A. V.* Homogenization of composite material with hollow transtropic fibers. – Qualification scientific work, manuscript.

Thesis for the degree of Doctor of Philosophy, specialty 113 “Applied Mathematics” – Zaporizhzhia National University, Zaporizhzhia, 2021.

In the dissertation research, the approach to a homogenization of unidirectional composites with transtropic matrix and hollow transtropic fibers is stated. Using the method of a representative volumetric element, the boundary value problems of longitudinal and transverse elongation, longitudinal and transverse shear for inhomogeneous and homogenized material are solved. Analytical ratios to determine the effective elastic characteristics of these composites were obtained. The kinematic criterion of coordination is chosen as a basis.

The main part of the dissertation consists of an introduction, four sections, and conclusions.

The justification of the choice of the research topic, formulation main aim, tasks, research methods, scientific novelty, and practical significance of the obtained results are stated in the introduction. Given justification and reliability of the obtained results. Presented personal contribution of the applicant in the researches executed in co-authorship is revealed, the information on approbation of results of the dissertation.

The first section covers the main approaches to determining the stress-strain state of fibrous composite materials and structures designed using them. Particular attention is paid to taking into account the specific properties of the components, such as viscoelasticity, anisotropy, and others when determining the effective mechanical characteristics of the composite. The issues of homogenization composites, reinforced by hollow fibers, are covered separately. The advantages and disadvantages of numerical and experimental approaches to determining the stress-

strain state of such composites, compared to analytical methods, are noted. Main tasks, that need to be solved during the research, are formulated based on analysis.

This section presents basic relations for determining the effective elastic characteristics of composites with hollow fibers, components of which are isotropic materials, obtained by G. A. Vanin and D. M. Karpinos.

The second section covers the basic idea of applying the method of a representative volumetric element to determine effective mechanical characteristics of unidirectional composite material with hollow fibers. The main components of the stress-strain state of the transtropic components of the composite and the homogenized homogeneous material at transverse deformations are determined. The condition of perfect adhesion between the materials of the matrix and the hollow fiber is taken as a basis.

The method of determining the effective elastic characteristics at transverse elongation and simple transverse shear is detailed. Two boundary value problems are solved for each case. One of them about the common deformation of the matrix and the hollow fiber, the second – the problem of deformation of homogenized transtropic material. The proposed approach is based on the application of kinematic conditions of coordination of displacements for points of the homogenized composite and its components – matrix and hollow fiber.

Statements of boundary value problems and their solutions for a unidirectional composite material with hollow fiber at longitudinal deformations are given in the third section. Analytical relations to determine the effective longitudinal modulus of elasticity, Poisson's coefficient, and longitudinal shear modulus of such composites were obtained. The components of the composite were taken transtropic. The ratio for each characteristic is obtained by solving two boundary value problems. The first is about the common deformation of the matrix and the hollow fiber. The second is the deformation of a homogeneous transtropic material that models the composite. The equality of the components of the displacement vector was used as a condition of the agreement for both problems.

The fourth section is devoted to the use of relations obtained in the second and third sections to calculate the effective elastic characteristics of fibrous composites. The calculations were performed for two-phase unidirectional fibrous composites with isotropic components, as well as for the case of anisotropic fibers. The presented calculation results reflect the dependence of the effective elastic constants of the composite on the volumetric content of the fiber material and the cavity inside the composite material.

Calculations of the effective mechanical characteristics of fibrous composite materials according to the obtained formulas demonstrate a high convergence of the results with the calculations based on the ratios of G. A. Vanin and D. M. Karpinos.

Conclusions on the dissertation work based on the performed research are formulated.

The scientific novelty of the obtained results is as follows. Firstly, developed a method of representative volumetric element for homogenization of unidirectional composite material with anisotropic matrix and hollow fiber at transverse and longitudinal elongation and shear. It is based on the use of kinematic conditions of coordination of displacements of composite and its components.

Secondly, for the first time, based on the solution of the problem of homogenization on transverse elongation and simple transverse shear, were obtained analytical ratios for determining the transverse modulus of elasticity and Poisson's coefficient of a unidirectional composite with an anisotropic matrix and hollow fiber, depending on the elastic characteristics of its components and volumetric content of fiber and the cavity inside the composite.

Thirdly, for the first time, based on the solution of the problem of homogenization of longitudinal elongation and simple longitudinal shear, were obtained analytical expressions for calculating the longitudinal modulus of elasticity, Poisson's ratio, and longitudinal shear modulus of unidirectional composite material with hollow fibers in the case of anisotropy of both components of the composite, depending on the elastic characteristics of its components and volumetric content of fiber and the cavity inside the composite.

Fourthly, for the first time calculations according to the obtained formulas were performed, and the dependencies of effective elastic constants composites with hollow fibers on the volumetric content of fiber and cavity inside the composite material were constructed.

The practical significance of the work results lies in the possibility of direct use of the obtained analytical relations to determine the effective elastic constants two-phase unidirectional composite materials with hollow fibers, which consisting of both isotropic and transtropic components. The analytical dependences presented in this thesis allow to obtain composite materials with rational characteristics at the design stage, varying the matrix's material, fiber's material, volumetric fiber's content, and volumetric content of the cavity in it.

FIBROUS COMPOSITE, EFFECTIVE CHARACTERISTICS, MATRIX,  
HOLLOW FIBER, TRANSVERSALLY-ISOTROPIC MATERIAL,  
HOMOGENIZATION, MODULUS OF ELASTICITY, SHEAR MODULUS,  
POISSON'S COEFFICIENT



## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

### Праці, в яких опубліковано основні наукові результати

1. Homeniuk S., Grebenyuk S., Klimenko M., Stoliarova A. Determining the effective characteristics of a composite with hollow fiber at longitudinal elongation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 6/7 (96). P. 6–12. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.143406, ISSN: 1729-3774.
2. Столярова А. В., Гребенюк С. М., Клименко М. І. Поздовжній модуль пружності волокнистого композиту з перехідним шаром. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2018. № 2. С. 130–142. DOI: 10.26661/2413-6549-2018-2-14, ISSN: 2413-6549.
3. Grebenyuk S., Klymenko M., Stoliarova A., Titova O. Longitudinal shear modulus of the composite material with hollow fibers. *Mechanika 2019: proceedings of the 24th International scientific conference* (Kaunas, Lithuania, 17 May 2019). Kaunas: Kaunas University of Technology, 2019. P. 45–48. ISSN: 1822-2951.
4. Столярова А. В. Ефективні механічні характеристики композиційних матеріалів із трансропними порожнистими волокнами: монографія. Херсон: Видавничий дім «Гельветика», 2021. 104 с. ISBN: 978-966-992-520-6.

### Праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

5. Столярова А. В. Ефективний поздовжній модуль пружності та коефіцієнт Пуассона композиту з ізотропним порожнистим волокном та ізотропною матрицею. *Актуальні проблеми математики та*

*інформатики*: збірка тез доповідей Дев'ятої Всеукраїнської, шістнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників (Запоріжжя, 26–27 квітня 2018 р.). Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2018. С. 133–134.

6. Столярова А. В. Ефективний поздовжній модуль пружності і коефіцієнт Пуассона композиту з транстропними матрицею та порожнистим волокном. *Сучасні проблеми машинобудування*: тези доповідей конференції молодих вчених та спеціалістів (Харків, 15–18 квітня 2019 р.). Харків: Інститут проблем машинобудування ім. А. Н. Підгорного, 2019. С. 11.
7. Столярова А. В. Вплив перехідного шару на поздовжній модуль пружності волокнистого композиту. *Актуальні проблеми математики та інформатики*: збірка тез доповідей Десятої Всеукраїнської, сімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників (Запоріжжя, 25–26 квітня 2019 р.). Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2019. С. 123–124.