

## РЕЦЕНЗІЯ

на дисертацію СКРЯБІНОЇ АННИ ВІКТОРІВНИ

«Моделювання задач підрахунку та перерахування топологій на скінченній множині», подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика

### Актуальність дисертаційного дослідження

Топології на скінченній множині є важливим об'єктом дослідження в багатьох розділах теоретичної математики. Зокрема це дискретна математика і кібернетика, теорія графів, теорія решіток та інших. Тому актуальним є застосування різних підходів до опису цих топологій, дослідження їх структури, їх перерахування та підрахунку кількості топологій.

Задача перерахування та підрахунку кількості топологій на скінченній множині є однією з дотепер нерозв'язаних задач до якої прикута увага багатьох дослідників. Актуальними є також моделі, що використовуються для опису топологій. В дисертаційній роботі для моделювання топологій на скінченній множині використовувались графи, матриці, упорядковані набори цілих невід'ємних чисел, булеві функції. В більшості своєї результати, отримані в роботі являють собою новий крок в дослідженні топологій на дискретній множині. Основною задачею дисертаційної роботи Скрябіної А.В. є дослідження структури топологій на множині потужності  $n$  з вагою  $m$ , що задовольняю нерівності  $2^{n-2} < m \leq 2^{n-1}$ , їх перерахування та підрахунок кількості топологій в класах на довільній скінченній множині.

Результати, що отримані в роботі, можуть знайти застосування в різних розділах математики, а також в хімії, в теорії розпізнавання образів та інших галузях.

Об'єкт та предмет дослідження відповідають його меті та завданням. Об'єктом виступають топології на скінченних множинах, а предметом – структура топологій, їх моделі та вага на довільній скінченній множині.

Усі застосовані в дисертації методи можна охарактеризувати як аналітичні методи наукового дослідження, що базуються на теоретичному доведенні відповідних тверджень у вигляді теорем, лем тощо.

### **Обґрунтованість і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій дисертаційного дослідження.**

Робота Скрябіної А.В. відповідає вимогам до дослідження такого рівня та виконано належним чином. Результати наведені в дисертаційному дослідженні є зрозумілими та однозначними в достатній мірі є обґрунтованими і достовірними. Висновки відображають наукову новизну та практичну цінність проведених досліджень та запропонованих здобувачем моделей і методів.

### **Наукова новизна представлених теоретичних та експериментальних результатів.**

Зазначені в дисертаційному дослідженні пункти наукової новизни є достовірними. А саме

- перераховано вектори всіх  $T_0$ -топологій з вагою  $2^{n-2} < m \leq 2^{n-1}$  на  $n$ -елементній множині, які є узгодженими з  $T_0$ -топологіями близькими до дискретної на  $(n-1)$ -елементній множині. Результати щодо  $T_0$ -топологій з вагою  $2^{n-2} < m < 5 \cdot 2^{n-4}$  отримано вперше;
- доведено, що у  $m$ -класах топологій з вагою  $m \in [13 \cdot 2^{n-5}, 2^{n-1}]$  всі  $T_0$ -топології є або узгодженими з близькими до дискретної, або є двоїстими до них;
- показано, що існують  $m$ -класи топологій з вагою  $m \in (2^{n-2}, 2^{n-1}]$ , які
  - а) не вичерпуються  $T_0$ -топологіями, узгодженими з  $T_0$ -топологіями близькими до дискретної;
  - б) не містять жодної  $T_0$ -топології, узгодженої з  $T_0$ -топологіями близькими до дискретної. Знайдено вектори  $T_0$ -топологій з таких класів;

- визначено такі натуральні числа  $2^{n-2} < m \leq 2^{n-1}$ , для яких не існує жодної топології з вагою  $m$ .
- уведено нове поняття – максимальної 2-КНФ булевої функції, яка визначає топологію на скінченній множині;
- доведено існування бієкції між множиною топологій на  $n$ -елементній множині та множиною максимальних 2-КНФ від  $n$  змінних;
- розроблено методику розпізнавання взаємно двоїстих та самодвоїстих  $T_0$ -топологій;
- перераховано всі максимальні 2-КНФ негомеоморфних  $T_0$ -топологій на 4- та 5-елементній множині та підраховано число всіх топологій на цих множині.

### **Практичне значення отриманих результатів**

Практичне значення отриманих результатів сприяє поглибленню використання топологічних методів в хімії для аналізу молекулярних структур, в інформатиці для цифрової обробки зображень, тощо.

### **Повнота вкладу результатів дисертації в опублікованих працях.**

За темою дисертаційного дослідження опубліковано 20 наукових праць, з них: 3 статті в наукових журналах, що входять до переліку спеціалізованих журналів, затверджених МОН України, у тому числі 2 статті у журналах, включених до міжнародних баз даних Scopus або Web of Science, 17 тез в матеріалах наукових конференцій..

Робота Скрябіної А.В. виконана на високому науковому рівні, матеріали дисертаційного дослідження чітко структуровані, зрозумілі і послідовні.

### **Рівень володіння здобувачем методологією наукової діяльності.**

Проаналізувавши роботу та наукові публікації по темі дисертаційного дослідження, можна відмітити високий рівень володіння методологією наукової діяльності. В публікаціях та дисертації чітко сформульовані мета, завдання, об'єкти та предмети дослідження. Застосовуються різні математичні методи наукового дослідження, що дозволило сформулювати основні

математичні положення і отримати чітко сформульовані результати досліджень.

### **Структура та оформлення дисертації**

Дисертація складається з анотації українською та англійською мовами, переліку публікацій здобувача за темою роботи, вступу, трьох розділів на 95 сторінках, висновків, списку використаних джерел 51 найменування та додатку. Загальний обсяг дисертації - 116 сторінок.

### **Відповідність роботи вимогам, що ставляться до дисертацій.**

Дисертаційна робота «Моделювання задач підрахунку та перерахування топологій на скінченній множині» Скрябіної Анни Вікторівни є завершеною науковою працею, виконана одноосібно, за актуальністю тематики, обсягом проведених досліджень, глибиною сформульованих висновків та практичним застосуванням відповідає вимогам “Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44, та відповідає “Вимогам до оформлення дисертації”, затвердженим Наказом Міністерства освіти і науки України від 12.01.2017 р. № 40.

### **Зауваження та побажання до дисертаційної роботи**

Задача перерахування топологій на кінцевій множині є занадто складною. Розумно дати якісь пояснюючі оцінки складності цієї задачі.

На стор. 18 (а також на багатьох інших) повідомляється, що результати тестувалися (отримані, перевірялися) за допомогою комп'ютера. Це є просторіччя. Потрібно указати відповідне програмне забезпечення і принципи тестування (перевірки). Бажано також указати складність задачі (або оцінку складності).

На стор. 27 сказано, що при підрахунку всіх топологій або негомеоморфних топологій на скінченній множині достатньо обмежитись підрахунком лише  $T_0$ -топологій, завдяки існуванню формули (1.1). Насправді

це ще тому, що топологія є будь якою іншою властивістю відділення  $T_1, T_2$  є дискретною. Але інтерес можуть мати і інші класи.

На стор.49 розумно нагадати визначення неперервності, зв'язаності та лінійної зв'язаності. На сторінці 50 в визначенні гомотопії не вказано неперервності зв'язуючого відображення.

На стор. 83 в доведенні теореми 3.10 не зрозуміло чи всі класи топологій перебрані?

На стор. 90 відсутнє визначення "склеєних" точок, яке використовується у в наслідку 3.1.

На стор.98 присутнє посилання на роботу Kolli M., але у посиланнях робот цього автора 2 (яка з них мається на увазі?).

Є декілька зауважень відносно граматичних та стилістичних помилок.

В якості побажання автору можна запропонувати провести аналіз та дослідження можливості впровадження програмних продуктів та результатів наукових досліджень в навчальний процес в університеті.

Вказані зауваження не знижують позитивної оцінки роботи в цілому. А також розроблених автором основних наукових положень, висновків та отриманих результатів проведених досліджень. В цілому дисертація справляє гарне враження.

### **Загальний висновок**

Дисертаційна робота Скрябіної Анни Вікторівни «Моделювання задач підрахунку та перерахування топологій на скінченній множині» з огляду на актуальність, новизну, важливість отриманих автором наукових результатів, їх обґрунтованість і достовірність, а також практичну цінність сформульованих положень і висновків, відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44, а її автор, Скрябіна Анна

Вікторівна заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 - Прикладна математика.

**Рецензент**, професор кафедри економічної кібернетики Запорізького національного університету, доктор фізико-математичних наук, професор

**КОЗІН Ігор Вікторович**



Підпис професора Козіна І.В. засвідчую

**НАЧАЛЬНИК  
ВІДДІЛУ КАДРІВ**

