

В І Д Г У К
офіційного опонента кандидата фізико-математичних наук, доцента
Антоненко Ніни Миколаївни
на дисертаційну роботу
Дмитрів Кароліни Миколаївни
на тему: «Контактна взаємодія тіл з покриттями за наявності
зношування», представлену на здобуття ступеня доктора філософії
за спеціальністю 113 – «Прикладна математика»

Подана на розгляд дисертаційна робота складається з анотації, вступу, п'ятих розділів, загальних висновків, списку використаних джерел (160 найменувань) та додатків.

Актуальність роботи. Дисертаційна робота Дмитрів К. М. зосереджена на дослідженні контактних задач із врахуванням зношування. Цей напрям є актуальним на стику двох наукових галузей – контактної механіки, що має тривалу історію та динамічний розвиток, і трибології, яка, попри відносно недавнє становлення, активно розширює сферу досліджень. Сучасні наукові публікації демонструють інтерес до контактних моделей, зокрема до задач із конформно узгодженими поверхнями.

Зношування, що проявляється у вигляді часткової втрати матеріалу в зоні контакту, є однією з основних причин виходу з ладу деталей машин, механізмів і приладів. Це зумовлює стійке зростання інтересу інженерної спільноти до задач зносоконтактної взаємодії. Одним із ефективних засобів зменшення інтенсивності зношування є застосування захисних покриттів. Дисертаційна робота присвячена вивченню зносоконтактних задач теорії пружності з урахуванням наявності покриття. Незважаючи на актуальність, у літературі спостерігається брак достатньо повних розв'язків таких задач.

Дослідження, спрямовані на розробку ефективних підходів для розв'язання класу плоских та осесиметричних контактних задач зношування покриттів, за фіксованої чи змінної зони контакту, у тому числі за умов конформного контакту, є актуальними.

Ступінь обґрунтованості наукових положень дисертації, висновків та рекомендацій, їх достовірність можна оцінити як достатньо високу. Це обумовлено порівнянням отриманих числових результатів з результатами, отриманими іншими способами в даній роботі, а також з відомими даними з літературних джерел у випадках, де такі результати були опубліковані.

Усі наукові положення мають теоретичне обґрунтування, а числові результати супроводжуються наочними графічними ілюстраціями. Представлені дисертанткою висновки є достовірними, оскільки спираються на загальноновизнані методи й підходи теорії пружності, математики та фізики. Контактні характеристики – функції тиску, функції профілів зношеної поверхні, осадка штампа, розміри площадки контакту під параболоїдним штампом – та висновки щодо закономірностей їхньої поведінки в процесі зношування відповідають фізичному сенсу поставлених задач.

Наукова новизна роботи. У дисертації Дмитрів К.М. отримані наступні *нові наукові результати* в рамках лінійної теорії пружності:

- запропоновано комбінації методів для отримання наближено-аналітичних або чисельних розв’язків зносоконтактних задач у плоскій та осесиметричній постановках; розгляд здійснено для випадків лінійного й степеневих законів зношування та деформування покриття типу Вінклера за умови сталості в часі зони контакту;

- розроблено два підходи до розв’язання осесиметричної задачі обертання штампа у формі кругового параболоїда навколо власної осі, вперше встановлено залежність радіуса контактної зони від часу;

- для кожного фіксованого моменту часу встановлено умови існування єдиного розв’язку відповідних інтегральних рівнянь: рівнянь Фредгольма – у випадку лінійного закону деформування покриття, та рівняння Гаммерштейна – для степеневих законів деформування;

- вперше отримано розв’язки задачі зношування в умовах конформного контакту за сталості контактної області. У плоскій постановці використано осцилюючі функції, які описують геометрію конформного контакту, а для осесиметричної – осцилюючі й квадратичні функції;

- вперше проведено аналіз числових результатів щодо впливу закону деформування покриття типу Вінклера на контактні характеристики зношування в осесиметричній задачі конформного контакту зі штампом кільцевої форми;

- для кільцевого штампа здійснено аналіз зносоконтактних характеристик у граничному випадку, що відповідає наближенню його внутрішнього радіуса до нульового значення;

- вперше встановлено ефект істотного зростання тиску в центрі кругової зони контакту під циліндричним та параболоїдним штампами на стадії припрацювання.

Мета і завдання дослідження. Дисертантка *метою* своєї дисертаційної роботи ставить розробку підходів до розв’язання плоских та осесиметричних зносоконтактних задач теорії пружності за умови, що зношування описується лінійним або степеневим законом, а деформування покриття типу Вінклера підпорядковується лінійному або степеневому закону. Розгляд здійснюється як для випадку сталості в часі площадки конформно узгодженого контакту між подошвою штампа і поверхнею покриття, так і для випадку часозмінної контактної області під параболоїдним штампом. Окрему увагу приділено аналізу числових результатів на різних стадіях зношування.

Задля реалізації мети дисертаційного дослідження Кароліною Миколаївною було послідовно виконано перелік *завдань*, визначених відповідно до мети та структури роботи.

- Здійснено аналіз стану розвитку наукової проблематики, пов’язаної з темою дисертаційного дослідження, із урахуванням результатів вітчизняних та зарубіжних науковців. Проведено огляд контактних задач із покриттям, зокрема в умовах конформного контакту, а також сучасних методів

розв'язання зносоконтактних задач різних типів. Розглянуто підходи, які стали основою для формулювання та реалізації методів, використаних у дисертаційній роботі.

– Побудовано наближено-аналітичні та чисельні розв'язки плоскої контактної задачі зношування покриття, розташованого на пружній основі, в умовах ідеального контакту. Дослідження виконано в межах лінійного закону деформування покриття типу Вінклера, з акцентом на степеневу модель зношування. Розглянуто режим конформно узгодженого контакту за сталої контактної області у двох випадках: коли підошва штампа є плоскою або узгодження поверхонь штампа і покриття задається осцилюючою функцією. Проведено аналіз впливу закону зношування на зносоконтактні характеристики на стадіях припрацювання та усталеного зношування.

– Побудовано чисельні розв'язки осесиметричної задачі зношування покриття при обертанні кільцевого в плані штампа навколо власної осі при реалізації лінійного та степеневого законів зношування. Щодо моделей деформування покриття типу Вінклера, дослідження виконано окремо для випадків лінійного (розділ 3) та степеневого (розділ 4) закону, що зумовлено відмінністю типів інтегральних рівнянь, які описують контактну взаємодію на кожному часовому кроці. Обґрунтовано можливість застосування комбінованих чисельних методів у кожному з випадків. Для сталої в часі контактної області при неплоских поверхнях штампа конформне узгодження визначалося осцилюючими або квадратичними функціями. Проведено аналіз числових результатів, який дозволив оцінити вплив геометричних параметрів штампа (розмірів кільця), законів зношування та деформування покриття на зносоконтактні характеристики на різних стадіях зношування.

– Отримано розв'язок осесиметричної зносоконтактної задачі, що описує процес обертання кругових у плані штампів – циліндричної та параболоїдної форми. Розгляд здійснено в рамках лінійного закону деформування покриття типу Вінклера та степеневого закону зношування. Для параболоїдного штампа запропоновано два підходи до чисельної реалізації, орієнтовані на дослідження динаміки зміни радіуса контактної зони. Проведено аналіз контактних характеристик на етапі припрацювання, з особливою увагою до центру області контакту.

Важливість отриманих автором дисертації результатів для науки і практики. Отримані дисертанткою теоретичні напрацювання та результати числових розрахунків сприяють подальшому розвитку методів розв'язання плоских та осесиметричних зносоконтактних задач теорії пружності з урахуванням відповідних законів зношування та деформування покриття. Запропоновані підходи до аналізу у випадках сталої (конформний контакт) та несталої (контакт із параболоїдним штампом) області контакту забезпечують можливість отримання наближено-аналітичних або чисельних розв'язків поставлених задач.

Практичне значення отриманих у дисертаційній роботі результатів полягає у можливості застосування розроблених підходів для обчислення основних контактних характеристик, зокрема функцій розподілу контактного

тиску, профілів зношених поверхонь, осідання штампа на різних етапах процесу зношування – як на стадії припрацювання, так і, для певних наборів вхідних параметрів, на стадії усталеного зношування. Запропоновані чисельні підходи також дозволяють дослідити часову еволюцію радіуса кругової контактної зони у випадку взаємодії основи з покриттям з параболоїдним штампом.

Отримані результати в межах як плоскої, так і осесиметричної постановки задачі забезпечують можливість проведення комплексного аналізу впливу законів зношування, законів деформування покриття типу Вінклера, а також, в осесиметричному випадку, геометричних параметрів кільцевого штампа на контактні характеристики.

Розроблені методичні підходи та результати досліджень можуть бути використані в інженерній практиці при розрахунках на міцність та зносостійкість елементів машин і механізмів. Зокрема, виявлений ефект істотного зростання тиску в центральній зоні кругової контактної області під дією циліндричного або параболоїдного штампа на етапі припрацювання може бути врахований при оцінюванні довговічності елементів інженерних конструкцій.

Відсутність порушень академічної доброчесності. У дисертаційній роботі дотримано принципів академічної доброчесності. Результати, положення та висновки, викладені в роботі, є результатом особистих досліджень дисертантки. У процесі підготовки дисертації не допускалося фактів академічного плагіату, фальсифікації чи фабрикації результатів дослідження, а також інших порушень норм академічної етики. Усі текстові запозичення з наукових джерел належним чином оформлені з посиланням на відповідні публікації.

Повнота викладу в опублікованих працях. Основні наукові результати дисертаційної роботи відображено у дев'яти публікаціях, серед яких: одна – у науковому виданні, індексованому в міжнародній наукометричній базі даних Scopus; дві – у наукових фахових виданнях України; одна – розділ колективної монографії. Усі ключові положення та результати дослідження повною мірою відображено в публікаціях авторки.

Апробація результатів досліджень. Основні положення та проміжні результати дисертаційного дослідження були апробовані на всеукраїнських і міжнародних наукових конференціях, що підтверджено двома публікаціями, включеними до матеріалів міжнародних конференцій, виданих за кордоном, та трьома тезами доповідей, опублікованими у збірниках матеріалів вітчизняних всеукраїнських та міжнародної наукових конференцій.

Основний зміст роботи

У *вступі* представлено обов'язкові елементи: обґрунтовано актуальність обраної тематики, чітко сформульовано мету та завдання роботи, визначено об'єкт і предмет дослідження. Описано застосовані методи, наведено зв'язок дослідження з науковими програмами. Сформульовано положення, що визначають наукову новизну та практичну цінність отриманих результатів. Подано відомості про апробацію матеріалів

дослідження, особистий внесок здобувача, а також зазначено структуру й обсяг дисертації.

Перший розділ присвячено аналізу сучасного стану наукових досліджень, що стосуються тематики дисертації: короткий огляд розвитку контактної механіки та її окремому розділу – зносоконтактних задач. Надано огляд праць, що стосуються контактних задач із покриттям, зокрема в контексті моделі Вінклера та законів її деформування – лінійного і степеневого. Окрему увагу приділено огляду законів зношування, зокрема опублікованим роботам, в яких застосовано степеневий закон зношування. Наведено дослідження у сфері конформного контакту та описано рівняння умов контакту з урахуванням зношування тонкого покриття. Подано огляд методів розв’язання контактних задач, що лягли в основу запропонованих у дисертації підходів.

У результаті проведеного аналізу визначено напрями дослідження та сформульовано наукові завдання зносоконтактної взаємодії, що раніше не знаходили свого вирішення у науковій літературі.

Зверну увагу, що у дисертації досліджено процес зношування покриття на пружній основі під дією переміщення штампа – як при прямолінійному ковзанні, так і при обертанні. В роботі дотримано забезпечення умов, за яких повне зникнення шару покриття не відбувається впродовж усього процесу. Графіки профілів зношених поверхонь, наведені в дисертації, наочно підтверджують збереження залишкової товщини покриття на всіх етапах моделювання.

У *другому розділі* дисертаційної роботи досліджено плоску контактну задачу зношування тонкого покриття, розташованого на пружній основі, внаслідок ковзання штампа по його поверхні. У межах розгляду застосовано лінійний закон деформування покриття типу Вінклера, при цьому основну увагу зосереджено на степеневому законі зношування, а лінійний закон розглядається як окремий випадок. Аналіз здійснено для двох моделей конформного контакту: зі штампом та покриттям із плоскими поверхнями та з поверхнями, що описуються осцилюючими функціями. При цьому площадка контакту є сталою протягом процесу зношування.

Для побудови розв’язку використано покроковий за часом метод. На кожному часовому кроці інтегральне рівняння контактної взаємодії зводиться до рівняння Фредгольма другого роду з логарифмічною особливістю ядра, для якого встановлено умови існування єдиного розв’язку. Для наближено-аналітичного розв’язання цього рівняння дисертанткою застосовано поєднання методу степеневих рядів і методу редукції; для чисельного розв’язання – метод квадратур.

Встановлено, що наближено-аналітичний метод є непридатним у випадку осцилюючої геометрії конформного контакту, що обумовило використання чисельного підходу для цієї постановки задачі.

Проведено аналіз отриманих числових результатів. Установлено, що застосування степеневого закону зношування сприяє уповільненню динаміки зношування. Досліджено процес зміни зносоконтактних характеристик на

стадії припрацювання для обох розглянутих випадків конформного контакту та встановлено їх узгодженість. Показано, що на етапі усталеного зносу відбувається стабілізація функції контактного тиску, при цьому форма профілю зношеної поверхні залишається незмінною. Зазначу, що в обох розглянутих випадках на усталеній стадії, функції контактного тиску набувають близьких значень. Достовірність проведеного моделювання підтверджено шляхом зіставлення отриманих результатів із даними, наведеними в працях інших дослідників.

Третій розділ присвячено розв'язанню осесиметричної задачі зношування покриття, ідеально зчепленого з пружною основою, при обертанні штампа кільцевої форми. Дослідження проводиться з урахуванням лінійного закону деформування покриття типу Вінклера у поєднанні з лінійною та степеневою моделями зношування. Режим конформного контакту за сталої в часі контактної зони розглядається аналогічно до постановок, описаних у другому розділі.

У межах дискретизації часу на кожному часовому кроці вивчено інтегральне рівняння Фредгольма другого роду зі слабкою особливістю ядра, що моделює контактну взаємодію в осесиметричній постановці. Досліджено умови існування єдиного розв'язку рівняння, а чисельна реалізація здійснена за допомогою методу квадратур.

Окремо проаналізовано числові результати для обох законів зношування. Вивчено динаміку зміни контактних характеристик залежно від геометричних параметрів кільцевого штампа. Особливу увагу приділено впливу зменшення внутрішнього радіуса кільця: встановлено, що це призводить до локального зростання контактного тиску поблизу внутрішньої межі та, відповідно, до зниження інтенсивності зношування в цій зоні. Здійснено порівняльний аналіз контактних характеристик при різних формах конформного узгодження. Аналогічно до попереднього розділу, на стадії усталеного зносу спостерігається стабілізація контактного тиску та профілю зношеної поверхні.

Кількісне порівняння з відомими результатами дисертантці вдалося провести на усталеній стадії зношування, а якісне – для спорідненої задачі в початковий момент часу.

Четвертий розділ дисертації присвячено розв'язанню осесиметричної зносоконтактної задачі для штампа кільцевої форми, з тією відмінністю, що в цій постановці застосовано степеневий закон деформування покриття типу Вінклера. Такий підхід змінює характер математичної моделі контактної взаємодії: на кожному часовому кроці виникає нелінійне інтегральне рівняння, яке зводиться до рівняння Гаммерштейна. Існування єдиного розв'язку цього рівняння обґрунтовано за допомогою принципу стискаючих відображень, що водночас дозволило дійти висновку про можливість застосування ітераційного методу за виконання знайдених умов.

Основна увага в розділі зосереджена на аналізі впливу закону деформування покриття на контактні характеристики. Показано, що

степеневий закон забезпечує більш плавний розподіл контактного тиску на кожному етапі зношування.

На відміну від попередніх розділів, де досліджувався неплоский осцилюючий конформний контакт, у цьому розділі розглянуто квадратичну форму поверхні контакту, що передбачає занурення штампа вглиб покриття. Аналіз показав, що в умовах припрацювання максимальне значення тиску при такій геометрії є меншим, ніж у випадку плоского контакту.

У *п'ятому розділі* розглянуто осесиметричні контактні задачі обертального зношування покриття під дією штампів кругової форми в плані – циліндричного з плоскою підшоною та параболоїдного. Розгляд здійснено в межах лінійного закону деформування покриття типу Вінклера та степеневому закону зношування. На кожному часовому кроці контактна взаємодія описується інтегральним рівнянням Фредгольма другого роду з ядром, що містить слабку особливість. Для кожного типу штампа встановлено умови існування єдиного розв'язку; у задачі з параболоїдним штампом враховано відповідні граничні умови.

Особливість моделювання контакту з параболоїдним штампом полягає у необхідності визначення динаміки зміни радіуса кругової зони контакту, що зростає з часом при фіксованій зовнішній силі. Запропоновано два підходи до розв'язання цієї задачі: перший забезпечує швидке, але менш точне обчислення, придатне для інженерної практики в умовах короткотривалого зношування; другий — точніший, проте потребує більше обчислювальних ресурсів.

Числовий аналіз для обох типів штампів показав характерну поведінку контактного тиску на етапі припрацювання: у центральній зоні області контакту спостерігається істотне зростання тиску при майже нульовому рівні зношування в цій самій ділянці.

Отримані результати, що характеризують динаміку зміни функцій профілю зношеної поверхні під параболоїдним штампом, демонструють якісну відповідність відомим у науковій літературі даним, що свідчить про достовірність та коректність досліджень проведених у розділі.

Сформульовані у дисертаційній роботі *висновки* цілком відповідають поставленій меті та визначеним завданням дослідження.

Основні результати наукової роботи всебічно представлені в публікаціях авторки Дмитрів К.М., які пройшли апробацію на всеукраїнських, міжнародних вітчизняних та закордонних наукових конференціях. Усі публікації мають беззаперечний змістовий зв'язок із темою дисертації. Їх кількісні та якісні характеристики повною мірою відповідають вимогам пункту 8 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії».

Мова та стиль викладення дисертаційної роботи свідчать про високий рівень академічної культури авторки Дмитрів К.М., її здатність аргументовано, логічно, послідовно та фахово формулювати наукові

положення, обґрунтовувати висновки й подавати результати дослідження відповідно до вимог Міністерства освіти і науки України. Усі основні положення, висновки та результати розв'язання поставлених задач викладено в логічно впорядкованій структурі, з дотриманням принципів наукової доказовості та послідовності.

У роботі простежується чіткий логічний зв'язок між структурними елементами, що забезпечує послідовний розвиток дослідження від постановки задачі до формулювання висновків. Матеріали підрозділів повністю відповідають тематиці відповідних розділів, а змістове наповнення є обґрунтованим та методично виваженим.

Висновки, що подані наприкінці кожного розділу, відображають ключові результати дослідження, є логічними, обґрунтованими та підтверджуються відповідними теоретичними чи числовими даними.

Разом з тим, до дисертаційної роботи є наступні зауваження:

1. Робота містить деякі граматичні помилки, переважно комп'ютерного походження. В тексті роботи не завжди коректно вживаються слова «знос» та «зношування».

2. У процесі аналізу числових результатів привертає увагу залежність контактних характеристик від кількості доданків у часткових сумах ряду, а також від кількості вузлів розбиття відрізка інтегрування при застосуванні методу квадратур. У роботі згадується про наявність відносних відхилень між результатами, однак детальні підходи до їх оцінювання залишаються не повністю розкритими. Доцільним виглядало б доповнення викладу відповідними порівняльними таблицями.

3. У дисертації в емпіричній формулі закону зношування для плоскої задачі (формула (2.1)) використовується коефіцієнт зносу K_w , який має певну розмірність. Водночас у тексті роботи одиниці його вимірювання не конкретизовані. Аналогічна ситуація спостерігається щодо коефіцієнта постелі покриття типу Вінклера k у формулах (1.1) та (1.2), де також відсутні вказівки на відповідні одиниці вимірювання.

4. У пунктах 2.3.2, 3.3.2 та 4.3.2, де використано функції, що характеризують конформний контакт, значення цих функцій, очевидно, виражаються в одиницях довжини. Водночас у тексті роботи це прямо не зазначено, що може дещо ускладнити точну інтерпретацію фізичного змісту цих функцій.

Вказівки на відповідні одиниці вимірювання у останніх зауваженнях могли б сприяти більшій ясності та однозначності математичних моделей.

Загальні висновки. Висловлені зауваження мають несуттєвий характер, не знижують наукової цінності дисертаційної роботи та жодним чином не впливають на загальну високу позитивну оцінку проведеного дослідження, а також не ставлять під сумнів обґрунтованість і достовірність отриманих результатів і сформульованих висновків.

Дисертаційна робота Дмитрів Кароліни Миколаївни на тему: «Контактна взаємодія тіл з покриттями за наявності зношування», подана на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю

113 – «Прикладна математика», є завершеним самостійним науковим дослідженням, яке за рівнем актуальності, науковою новизною, ступенем обґрунтованості положень, повнотою розкриття теми та практичною значущістю результатів відповідає вимогам, визначеним «Порядком присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженим Постановою Кабінету Міністрів України № 44 від 12 січня 2022 року, а її автор – Дмитрів Кароліна Миколаївна – заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

Офіційний опонент:

доцент кафедри математики

Національного університету

«Запорізька політехніка»,

кандидат фізико-математичних наук, доцент

Ніна АНТОНЕНКО