

ВІДГУК

офіційного опонента

доктора фізико-математичних наук,

Кирилюка Віталія Семеновича

на дисертаційну роботу Дмитрів Кароліни Миколаївни

на тему: «Контактна взаємодія тіл з покриттями за наявності зношування»,

подану на здобуття ступеня доктора філософії

за спеціальністю 113 «Прикладна математика» галузі знань

11 «Математика та статистика»

Актуальність роботи.

В останні десятиліття інтенсивно розвиваються методи розв'язання зносоконтактних задач теорії пружності, зокрема в роботах А. Є. Андрейківа, Д. В. Гриліцького, А. Г. Кузьменка, О. В. Максимука, Б. Л. Пелеха, Ю. В. Сачука, М. В. Чернеця, J. Brauer, S. Andersson, I. G. Goryacheva, W. Zhan, P. N. Huang та ін. Формулювання таких задач передбачає, що стирання відбувається в зоні контакту.

Для поліпшення трибологічних характеристик вузлів машин і конструкцій використовуються покриття тіл, що контактують. Тонкі шари-покриття, що використовуються в дослідженнях контактної взаємодії, найчастіше модулюються основами Вінклера. Функції, що виражають залежність переміщення точок такого покриття від тиску підпорядковуються лінійному або степеневому закону. Розглянуті в дисертації задачі передбачають, що покриття повністю не зношується.

З теоретичних та експериментальних досліджень J. F. Archard та інших відомо, що залежність швидкості зношування від контактного тиску може виражатися лінійною або степеневою функцією.

Серед типів контактів окреме місце займає конформний, в якому передбачається узгодженість поверхонь тіл на ділянках контакту. Такий контакт було розглянуто в роботах В. Д. Кубенка, І. В. Яновського, J. Hu, F. Gao F., X. Liu, Y. Wei, Y. Sun, C. Wei, G. Chen, Y. Su, J. Ding, C. Ren та ін. Одним з видів є конформний контакт тіл, що мають плоскі поверхні, іншим – неплоскі. Для другого випадку в роботі розглянуто конформний контакт.

В дисертаційній роботі досліджуються задачі зношування при конформному контакті в плоскій та осесиметричній постановках при різних законах зношування та деформування покриття. Розглянуті задачі вивчають невирішені проблем цього напрямку.

Актуальним завданням є пошук підходів до розв'язання поставлених задач, вибір яких залежить від типу рівняння, що моделює контактну взаємодію. Числовий аналіз поведінки контактних характеристик на різних стадіях зношування може бути використаним для дослідження зносостійкості деталей машин на приладів.

Зношування виступає одним з основних причин погіршення експлуатаційних характеристик машин та обладнання, що обумовлює необхідність теоретичних та практичних наукових досліджень в цьому

напрямку. А дослідження, що передбачають пошук ефективних підходів до розв'язання зносоконтактних задач та аналіз отриманих числових результатів є актуальною науковою задачею сучасної механіки деформівного твердого тіла.

Мета дослідження.

Мета в дисертаційній роботі визначається як розробка підходів для отримання наближено-аналітичних та/або чисельних розв'язків зносоконтактних задач в плоскій та осесиметричній постановці за лінійного на степеневому законів зношування та деформування покриття в умовах незмінної в часі площадки конформно узгодженого контакту та окремого випадку змінної площадки контакту під параболоїдним штампом; отримання числових даних щодо зносоконтактних характеристик на стадіях припрацювання, а в деяких випадках ще й на стадії усталеного зносу, та проведення аналізу числових результатів.

Об'єктом дослідження є процеси зношування в контактних задачах, а *предметом* – характеристики зносоконтактної взаємодії, що включають функції розподілу контактного тиску, функції профілю зношеної поверхні, осідання штампа, радіуси площадки контакту під параболоїдним штампом в різні моменти часу процесу зношування.

Методи дослідження:

- метод дискретизації часу для всіх задач використовується в комбінації з іншими методами;
- метод степеневих рядів та метод редукції застосовано на кожному часовому кроці у випадку задачі в плоскій постановці для штампа з плоскою підшвою та на нульовому кроці для осесиметричної задачі для кругового в плані штампа;
- метод квадратур чисельного інтегрування – для задач конформного контакту у плоскій та осесиметричній постановках на кожному часовому кроці;
- принцип стискаючих відображень – для дослідження існування єдиного розв'язку інтегральних рівнянь;
- метод послідовних наближень – для отримання розв'язку рівняння Гаммерштейна.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Тема дисертаційної роботи Дмитрів К.М. повністю відповідає науковому напрямку спеціальності «Прикладна математика».

Проведені в межах дисертаційної роботи дослідження виконані у відповідності до планів наукових досліджень Запорізького національного університету в рамках науково-дослідної теми: «Чисельні та аналітичні методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь задач механіки деформівного твердого тіла» (номер державної реєстрації 0121U114696).

Основні завдання дослідження сформульовані наступним чином:

- провести огляд публікацій з досліджень в галузі контактних задач, у тому числі зі зношуванням, за наявності тонкого шару-покриття, методів розв'язання таких задач;

– знайти наближено-аналітичний та чисельний розв’язки плоскої контактної задачі про зношування шару покриття, що лежить на основі, в умовах степеневого закону зношування та лінійного закону деформування покриття для штампа з плоскою підшоною та чисельний розв’язок – для конформного узгодження поверхонь штампа і покриття, визначених осцилюючою функцією; провести аналіз зносоконтактних характеристик на стадіях припрацювання та усталеного зносу;

– знайти чисельний розв’язок осесиметричної задачі про обертання кільцевого в плані штампа навколо власної осі, яке призводить до зношування покриття за лінійного та/або степеневих законів зношування, лінійного та степеневих законів деформування покриття, в умовах незмінної в часі площадкою конформного контакту, що визначається функціями різних типів; провести аналіз впливу розмірів кільця на контактні характеристики на різних стадіях зношування;

– знайти чисельний розв’язок осесиметричної задачі про обертання навколо власної осі кругового в плані циліндричного штампа з плоскою підшоною та параболоїдного штампа, що призводить до зношування покриття за степеневих законів зношування в рамках лінійного закону деформування покриття; визначити контактні характеристики на стадії припрацювання, у тому числі знайти радіуси змінної в часі кругової площадки контакту під параболоїдним штампом.

Всі сформульовані вище завдання відповідають тематиці дисертації та виконані авторкою у повному обсязі.

Основні результати та наукова новизна роботи.

Основні результати дисертації наступні:

– запропоновано підходи для отримання наближено-аналітичних та/або чисельних розв’язків класів зносоконтактних задач в плоскій та осесиметричній постановках за лінійного та степеневих законів зношування, лінійного та/або степеневих законів деформування покриття в умовах незмінної в часі площадки контакту;

– розроблено два підходи для чисельного розв’язання задачі обертання параболоїдного штампа навколо власної осі з визначенням змінного в часі радіусу кругової площадки контакту;

– для кожної задачі визначено умови існування єдиного розв’язку системи інтегральних рівнянь на кожному часовому кроці;

– за незмінної в часі площадки контакту вперше знайдено розв’язки зносоконтактних задач в плоскій та осесиметричній постановках в умовах конформного контакту та проведено аналіз впливу певних форм конформного узгодження на контактні характеристики на стадії припрацювання та в окремих випадках усталеного зносу;

– вперше проведено аналіз впливу закону деформування покриття на характеристики зношування в конформному осесиметричному контакті кільцевого штампа та двошарової основи;

– проведено аналіз впливу розмірів кільцевого в плані штампа на зносоконтактні характеристики осесиметричної задачі за особливої уваги до граничного випадку прямування внутрішнього радіусу кільці до нуля;

– на стадії припрацювання вперше продемонстровано ефект суттєвого збільшення в часі контактного тиску в центрі кругової площадки контакту як під циліндричним штампом з плоскою підшоною, так і під параболоїдним, при цьому функції тиску в цій точці з часом набувають пікоподібних максимумів.

Теоретичне значення результатів дисертації Дмитрів К.М. В роботі запропоновано обґрунтовані підходи до розв’язання класу задач про зношування покриття в плоскій та осесиметричній постановках, які дозволили отримати наближено-аналітичні та/або чисельні розв’язки таких задач за лінійного та/або степеневих законів зношування та деформування покриття в умовах незмінної в часі площадки конформного контакту та змінної у випадку параболоїдного штампа, що в сукупності є суттєвими для розвитку досліджень у галузі механіки деформівного твердого тіла.

Практичне значення роботи полягає в одержанні числових та графічних результатів, що дають інформацію про контактні характеристики зношування штампом покриття, що лежить на пружній основі, на різних стадіях зношування. Це дало змогу дослідити вплив законів деформування та зношування, форм конформного контакту, розмірів кільцевого в плані циліндричного штампа на контактний тиск, функцію профілю зношеної поверхні, осідання штампа в різні моменти часу процесу зношування. Підтверджено, що на стадії припрацювання контактні характеристики суттєво змінюються в часі, а на стадії усталеного зносу функція тиску та форма зношеної поверхні стабілізуються.

Для кругових в плані циліндричного та параболоїдного штампів, що обертаються навколо власної осі і вдавлюються нормальною силою в двохшарову основу, продемонстровано значне зростання в часі тиску в центрі круга на стадії припрацювання. Перехід до пікоподібного максимуму в цій точці потрібно враховувати при розрахунках на міцність деталей машин та механізмів для запобігання руйнівних процесів.

Зношування є одним з основних факторів виходу з ладу машин та приладів. Саме з цієї причини числові результати та якісні висновки, отримані в дисертаційній роботі, важливі для дослідження на зносостійкість та міцність.

Обґрунтованість наукових положень дисертації.

Постановки розглянутих в дисертації задач є коректними.

Результати досліджень ґрунтуються на класичних методах теорії пружності та математики і мають узгодження з фундаментальними фізичними законами. Функції контактного тиску задовольняють умову рівноваги у кожен момент часу. Результати числових експериментів відповідають фізиці поставлених задач та мають добру узгодженість, де це можливо, з відомими результатами.

Робота містить обґрунтування умов існування єдиного розв'язку систем інтегральних рівнянь на кожному часовому кроці, викладки який проведені математично повно та грамотно.

Можна вважати, що всі наукові положення поданої дисертації та отримані наукові результати у вигляді наближено-аналітичних та/або чисельних розв'язків, числових розрахунків та висновків є достатньо обґрунтованими та достовірними.

Структура та основний зміст роботи.

Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, п'ятьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел (160 найменувань) та додатків. Робота викладена на 169 сторінках, містить 19 ілюстрацій, 20 сторінок списку використаних джерел та додатків на трьох сторінках.

Вступ містить обґрунтування актуальності теми дослідження, сформульована мета та завдання наукового дослідження, зазначено об'єкт та предмет дослідження, наведено опис використаних методів дослідження, зазначено зв'язок роботи з науковими програмами, сформульована наукова новизна та практичне значення отриманих результатів, наведена інформація про апробацію результатів роботи та особистий внесок здобувача, структуру та обсяг роботи.

У першому розділі дисертації досліджено сучасний стан досліджень в області зносоконттактних задач, коротко звернута увага на розвиток контактних задач загалом та за наявності покриття у контактуючих тіл зокрема, описано відомі закони зношування та закони деформування покриття вінклерівського типу. У розділі наведено загальну постановку задачі та рівняння, що моделюють контактну взаємодію у загальному вигляді, у тому числі за умови конформного контакту. Проведено аналіз підходів до розв'язання поставленої проблеми. Визначено головні напрямки та задачі дисертаційного дослідження.

У другому розділі дисертації побудовані розв'язки контактних задач в плоскій постановці. Розглянуто шар покриття, що лежить на пружній основі, цей шар зношується штампом, подошва якого конформно узгоджена з поверхнею покриття. Задача розглянута в умовах фіксованої площадки контакту, за лінійного закону деформування покриття, при цьому акцентовано увагу на степеневому законі зношування, зокрема розрахунки проведено і для лінійного закону, як окремого випадку степеневого.

Запропоновано два підходи до розв'язання: наближено-аналітичний та чисельний. В обох випадках застосовується метод дискретизації часу. На кожному часовому кроці виписано умови існування єдиного розв'язку відповідної системи рівнянь та запропоновано використання методу степеневих рядів, що визначає аналітичний розв'язок задачі у відповідний момент часу, або метод квадратур для інтегрування, що дозволяє отримати чисельний розв'язок задачі.

Далі у випадку штампа з плоскою подошвою проведено порівняльний аналіз числових результатів, отриманих з використанням наближеного аналітичного та чисельного підходів. Відхилення в результатах зменшується

з ростом кількості відрізків розбиття інтервалу інтегрування, що свідчить, у тому числі, про достовірність результатів. Крім того продемонстровано узгодженість з відомими результатами.

У випадку конформного контакту, визначеного осцилюючими функціями, наближено-аналітичний підхід виявився неефективним, а чисельний вимагав збільшення кількості відрізків розбиття проміжку інтегрування.

Наведено результати числових розрахунків, побудовано графіки та проведено їх аналіз. Зокрема, проілюстровано поступова зміна в часі зносоконтактних характеристик на різних стадіях зношування. Виявлено, що функція тиску на стадії усталеного зносу стабілізується, а за значеннями тиск конформного контакту, визначеного осцилюючими функціями, стає близьким до тиску під плоским штампом.

У *третьому розділі* дисертації розглянуто контактну задачу в осесиметричній постановці. Зношування відбувається внаслідок обертання кільцевого в плані штампа навколо власної осі. Дослідження проводяться в рамках лінійного закону деформування покриття та різних законів зношування. На кожному часовому кроці знайдено умови існування єдиного розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма другого роду, що моделює зносоконтактну взаємодію у певний момент часу. У відповідний момент часу для пошуку чисельного розв'язку системи рівнянь застосовано метод механічних квадратур.

Як у другому, так і у третьому розділах роботи, на основі числових результатів отримано висновок про сповільнення процесу зношування за степеневому закону зношування у порівнянні з лінійним законом. Характер зношування на різних стадіях виявляє аналогічні закономірності до випадку задачі в плоскій постановці. Досліджено поведінка характеристик контактної взаємодії за конформного контакту, визначеного осцилюючими функціями.

Особлива увага в розділі приділена дослідженню впливу розмірів кільцевої площадки на контактні характеристики. Зокрема виявлено, що зменшення внутрішнього радіуса кільця призводить до суттєвого збільшення тиску в точках, близьких до внутрішньої межі площадки контакту та зменшення зношування в цих точках.

Проведено перевірку узгодженості з відомими результатами на стадії усталеного зносу.

У *четвертому розділі* розглянуто випадок степеневому закону деформування покриття в осесиметричній задачі про зношування за степеневим законом двошарової основи кільцевим в плані штампом. На кожному часовому кроці контактна взаємодія, визначена степеневим законом деформування покриття, моделюється нелінійним інтегральним рівнянням, що допускає зведення до рівняння Гаммерштейна. Саме тип рівняння вирізняє дослідження даного розділу від попередніх. В роботі отримано умови існування єдиного розв'язку рівняння, а до розв'язання застосовано метод послідовних наближень в комбінації з методом механічних квадратур.

Особливу увагу в розділі приділено дослідженню впливу закону деформування покриття на контактні характеристики: для конформного контакту, контактуючі поверхні для якого визначаються квадратичними функціями або є плоскими, за степеневому закону деформування покриття. Для цих випадків функція тиску характеризується більшою згладженістю у порівнянні з аналогічною функцією за лінійного закону деформування покриття..

Висновок щодо впливу зменшення внутрішнього радіусу кільця на контактні характеристики, що отримано у третьому і четвертому розділах, призвів до необхідності дослідження випадку кругових в плані штампів, що й зроблено у наступному розділі.

У *п'ятому розділі* розглянуто осесиметричне зношування двошарової основи під впливом циліндричного та параболоїдального кругових в плані штампів, що обертається навколо своєї осі. У цьому розділі авторка зосередилася на степеневому законі зношування та лінійному законі деформування покриття.

У випадку циліндричного штампа, методи дослідження та підходи до розв'язання обрано аналогічно до третього розділу. Випадок параболоїдального штампа передбачає пошук розмірів невідомої площадки контакту, в роботі запропоновано два підходи до розв'язання.

Аналіз числових результатів на стадії припрацювання показав суттєве збільшення з часом тиску в центрі круга контакту з переходом до пікоподібного максимуму, при цьому зношування в цій точці наближено дорівнює нулю.

Для циліндричних штампів з плоскою підшвою проведено аналіз граничного переходу від кільцевих в плані штампів з внутрішніми радіусами, що зменшуються, до кругового в плані штампа.

Загальні *висновки* по роботі повністю відповідають меті та поставленим завданням дисертаційного дослідження.

Мова і стиль дисертаційної роботи

Дисертаційна робота Дмитрів К. М. виконана українською мовою на високому науково-фаховому рівні та відповідає вимогам МОН України. Дисертантка продемонстрував уміння працювати з науковими джерелами, грамотно, аргументовано та послідовно викладати матеріал. Основні положення, обґрунтування, числові результати та висновки в дисертації подані у логічній послідовності. Кожен розділ є самостійним дослідженням, що органічно пов'язаний зі змістом інших розділів. Зміст підрозділів повністю відповідає визначеній тематиці, а висновки є обґрунтованими та узгодженими із поставленими завданнями.

Відсутність порушень академічної доброчесності.

Текстові цитування, що є в роботі, містять коректні посилання на дослідження інших авторів.

Дисертація є кваліфікаційною науковою працею, виконаною здобувачем самостійно. Вона містить нові обґрунтовані результати, важливі для прикладної математики, що підтверджено відповідними публікаціями.

Робота вирізняється змістовною єдністю та свідчить про значний особистий внесок автора в науку.

Апробація результатів досліджень.

Основні тези та результати дисертаційної роботи були представлені на п'яти конференціях (всеукраїнських, міжнародних і закордонних) та опубліковано в їхніх матеріалах.

Повнота викладу в опублікованих працях.

Наукові результати дослідження висвітлено у наступних публікаціях:

- одна стаття опублікована у виданні, що індексується в наукометричній базі Scopus,
- дві статті – у наукових фахових виданнях України,
- один розділ монографії.

Усі положення дисертації повністю відображено у публікаціях Дмитрів К. М., вони пройшли апробацію на наукових конференціях; всі роботи відповідають тематиці дисертаційного дослідження.

Якість публікацій у фахових періодичних виданнях України, а також їх кількість відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» та «Положенню про присудження наукового ступеня доктора філософії у Запорізькому національному університеті».

Як зауваження до змісту роботи слід зазначити:

1. В розділі 1 слід було приділити більшу увагу роботам щодо інженерних досліджень зносостікості конструкцій.
2. При огляді наукових шкіл дослідників, які вивчають контактну взаємодію загалом та зі зношуванням зокрема, варто було б дещо розширити географію опису таких шкіл.
3. Назви розділів 2 та 3 краще було більше конкретизувати, щоб було зрозуміло форму площадки контакту.
4. На мій погляд, замість словосполучення “конформний контакт” було б доречно використати словосполучення “узгоджений контакт”.
5. В розділах 3 та 4 рис. 3.2 а, рис. 3.2, б та рис. 4.2 перевантажені графіками функцій. Було б доречно збільшити кількість рисунків для кращого сприйняття результатів досліджень.
6. В розділі 5 йдеться про застосування лінійної екстраполяції для пошуку початкового наближення щодо радіусу площадки контакту на наступному часовому кроці. Потрібно було навести результати чисельних експериментів, які б засвідчували ефективність такого типу екстраполяції.
7. Зазначені вище зауваження не знижують актуальність, теоретичне та практичне значення дисертації, ступінь обґрунтованості та достовірності отриманих результатів і висновків, і тому не впливають на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Загальні висновки

Вважаю, що дисертація на тему «Контактна взаємодія тіл з покриттями за наявності зношування» є завершеною самостійною науковою роботою, яка містить нові теоретичні та практичні результати, що мають істотне значення для прикладної математики. За актуальністю, змістом, науковою новизною, обґрунтованістю висновків та достовірністю вона відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженому Постановою Кабінету Міністрів України №44 від 12 січня 2022р., та «Положенню про присудження наукового ступеня доктора філософії у Запорізькому національному університеті (нова редакція)», затверджену 25.03.2025, протокол № 9, введена в дію з 01.04.2025 наказом №134 від 25.03.2025 та вимогам до оформлення дисертацій, затвердженим наказом МОН України, а її авторка, Дмитрів Кароліна Миколаївна заслуговує на присудження їй наукового ступеня доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук,
Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка
НАН України, відділ теорії коливань,
заступник завідувача відділу

Віталій КИРИЛЮК