

РЕЦЕНЗІЯ

*на дисертаційну роботу Руденко Дар'ї Олексіївни
на тему: «Асимптотико-чисельний підхід у прикладних задачах механіки, що
зводяться до сингулярних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами
при наявності δ -функції», представлену на здобуття ступеня доктора
філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика»*

Актуальність дисертаційного дослідження.

Створення нових конструкційних матеріалів вимагає розробки математичного апарату для опису їх властивостей та подальшого використання при проєктуванні нової техніки. Так, функціонально-градієнтні матеріали мають залежність механічних властивостей від просторової координати, також значна частина матеріалів мають властивості, що залежать від часу (в'язкопружність, старіння тощо). В умовах реальної експлуатації конструктивні елементи знаходяться під впливом різних типів зовнішнього навантаження, частина яких може бути змодельована за допомогою δ -функції.

Розробка нових підходів розв'язання задач при наявності вище описаних факторів дозволяє отримувати адекватні результати, підвищувати точність обчислень та надає можливості до більш зручного аналізу розв'язків. Тому тема дисертаційного дослідження Руденко Д.О. є безперечно актуальною та представляє практичний інтерес.

У роботі розглянуто математично складні задачі при наявності сингулярностей, для яких із використанням нових підходів отримано наближені аналітичні розв'язки. Проведено верифікацію результатів розрахунків порівнянням із чисельними розв'язками.

Актуальність дослідження підкріплюється як теоретичною складністю задач, так і можливостями практичного застосування отриманих результатів для оцінки роботи конструкцій в динамічних умовах.

Дисертаційне дослідження виконано відповідно до планів наукових досліджень кафедри фундаментальної та прикладної математики Запорізького національного університету, зокрема в межах науково-дослідної теми: «Чисельні та аналітичні методи розв’язання диференціальних та інтегральних рівнянь задач механіки деформівного твердого тіла» (номер державної реєстрації 0121U114696).

Наукова новизна роботи. У дисертації Руденко Д.О. отримала такі нові наукові результати:

- вперше застосовано гібридний асимптотичний підхід для отримання наближеного аналітичного розв’язку нелінійного диференціального рівняння зі змінними коефіцієнтами та δ -функцією у правій частині;
- отримано наближений аналітичний розв’язок рівняння нелінійної динаміки функціонально-градієнтних матеріалів пологих оболонок з початковими недосконаlostями та зовнішнім навантаженням;
- розроблено наближений аналітичний підхід до обчислення динамічних властивостей геометрично нелінійних систем зі змінними параметрами та нелінійною функцією демпфування з врахуванням локалізованого збурення.

Теоретичне та практичне значення.

Розроблені в дисертації наближені аналітичні підходи та результати обчислень істотно підсилюють інструментарій аналізу низки динамічних задач, що описуються сингулярними диференціальними рівняннями зі змінними і розривними коефіцієнтами та δ -функцією у правій частині рівняння.

Отримані результати мають прикладну цінність для проєктування та експлуатаційного прогнозування роботи оболонкових конструкцій в динамічних умовах, зокрема – у аерокосмічній галузі.

Окремі результати дисертаційного дослідження знайшли практичне застосування в освітньому процесі Запорізького національного університету,

зокрема під час викладання дисципліни «Асимптотичні методи розв'язання крайових та початкових задач», що підтверджує їхню методичну і навчальну цінність.

Повнота викладу результатів дисертаційного дослідження в опублікованих працях.

У межах тематики дисертаційної роботи опубліковано три статті у фахових виданнях України, включених до офіційного переліку за спеціальністю «Прикладна математика». Крім того, результати дослідження неодноразово апробовувалися на наукових конференціях як в Україні, так і за її межами, що підтверджено чотирма тезами доповідей. Усі основні наукові положення, що подані в дисертації, опубліковано у відкритому доступі у формі статей та тез доповідей. Роботи автора вирізняються доступністю викладення, логічною структурою та науковою переконливістю. Внесок Руденко Д.О. у підготовку публікацій, створених у співавторстві, є суттєвим.

Оцінка змісту дисертації та її основних положень.

Дисертація містить анотації українською та англійською мовами, перелік наукових публікацій за темою, вступ, чотири основних розділи, висновки, список використаних джерел та додатки.

У вступі обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету, завдання, наукову новизну та практичну значущість роботи. Описано використовувані методи досліджень, показано зв'язок дисертаційної тематики з відповідними науково-дослідними роботами математичного факультету ЗНУ. Наведено інформацію щодо апробації матеріалів, особистого внеску автора та структурної організації роботи.

Перший розділ присвячено огляду аналітичних та чисельних методів, які застосовуються для дослідження диференціальних рівнянь з коефіцієнтами різного вигляду, а саме із змінними та розривними коефіцієнтами. Наведено аналіз можливостей використання розривного методу Гальоркіна для розв'язання задач для різноманітних диференціальних рівнянь. Представлено

огляд аналітичних та чисельних методів пошуку асимптотичних розв'язків рівняння Кортевега–де Фріса. Описано аналітичні і чисельні підходи до знаходження розв'язків диференціальних рівнянь, що містять дельта-функцію Дірака.

У другому розділі за допомогою гібридного асимптотичного підходу розв'язано сингулярні нелінійні диференціальних рівнянь зі змінними і розривними коефіцієнтами та δ -функцією у правій частині при наявності «малого» параметра при старшій похідній. Детально описано алгоритм наближеного аналітичного розв'язання, придатного до вирішення прикладних задач математичної фізики із застосуванням методу збурення; проаналізовано вплив нелінійної складової рівняння та характеру зміни коефіцієнтів основного сингулярного диференціального рівняння. Також, проведено порівняння наближеного аналітичного розв'язку із прямим чисельним розв'язком досліджуваної задачі.

В третьому розділі розглядається розв'язання задачі нелінійної динаміки пологих оболонок з функціонально-градієнтних матеріалів з параметрами, що змінюються в часі, з урахуванням впливу початкових недосконалостей та локалізованого зовнішнього періодичного динамічного навантаження. А саме, на основі гібридного асимптотичного підходу, методів збурень та фазових інтегралів запропоновано аналітичний алгоритм розрахунку динамічних характеристик геометрично нелінійних систем зі змінними параметрами за наявності δ -функції Дірака. Проведено порівняння результатів розрахунків, одержаних за допомогою запропонованого наближеного аналітичного підходу та прямого чисельного інтегрування рівняння представленої задачі.

Четвертий розділ дисертації присвячений аналітико-чисельному підходу для знаходження розв'язків задачі нелінійної динаміки пружної системи з параметрами, що змінюються в часі, степеневою функцією демпфування та локалізованим зовнішнім впливом, який відображається за

допомогою δ -функції Дірака. Як методи розв'язання цієї задачі використано метод збурення, метод фазних інтегралів та метод варіації довільної сталої. Проведено порівняння результатів розв'язання описаної задачі, отриманих за допомогою запропонованого наближеного аналітичного підходу та чисельного методу.

У висновках дисертаційної роботи здійснено узагальнення та систематизацію ключових наукових результатів, отриманих у межах проведеного дослідження.

Дискусійні положення та зауваження до дисертації.

Позитивно оцінюючи рецензовану дисертаційну роботу, відзначаючи її теоретичну і практичну значущість та наголошуючи на позитивних аспектах, можна висловити деякі побажання та зауваження, які мають дискусійний характер:

1. На рис. 2.4 надана тривимірна залежність розв'язку нелінійного диференціального рівняння з δ -функцією у правій частині від малого параметру ε , але відсутній будь який аналіз представленого графічного матеріалу.

2. У дисертаційній роботі наводяться чисельні розв'язки представлених задач за допомогою системи комп'ютерної алгебри «Mathematica», але немає інформації ні про метод розв'язання, ні про параметри, що задавались (точність, крок, тощо).

3. При розв'язанні лінійної задачі динаміки для пологої оболонки як асимптотичний розв'язок маємо гладку криву, у той час як у чисельному розв'язку маємо кутову точку (рис. 3.1, 3.2). Як правило, в результаті чисельного підходу маємо розв'язок у дискретних точках, тому наявність кутової точки на графіку потребує пояснень.

4. При графічному представленні результатів розрахунків не завжди маємо у наявності повну інформацію. Так, наприклад, на рис. 4.1б маємо два графіки, на рис. 4.2б маємо три графіки, але опис графіків не дає можливості повною мірою ідентифікувати яким випадкам вони відповідають.

Висновок.

Дисертаційна робота Руденко Дар'ї Олексіївни на тему: «Асимптотико-чисельний підхід у прикладних задачах механіки, що зводяться до сингулярних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами при наявності δ -функції», виконана на високому науковому рівні, не порушує принципів академічної доброчесності та є завершеним науковим дослідженням. Представлена до захисту дисертація відповідає вимогам «Порядку присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 44 від 12 січня 2022 року. Авторка Руденко Дар'я Олексіївна заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

Рецензент:

доктор технічних наук,

професор,

завідувач кафедри фундаментальної

та прикладної математики ЗНУ

Сергій ГРЕБЕНЮК